Significatio propria verbi stricta est. de verb. sig. consi. vij. nu. 1. fo. 62.
Singularis de populo an possit agere in actione populari. de iudi. & foro compe. consi. v. nu. 1. fo. 14.
Sorores sancte clare collectas vel decimas non debent soluere. de priuil. consi. xj. nu. 1. fo. 60.
Subdiaconus inuite ordinatus matrimonium contrahere potest. qui cleri. vel vouen. consi. j. nu. 1. fo. 51.
Subbastatio rerum pupilli in quo loco debeat fieri. de emp. & vendit. consi. j. nu. 1. fo. 32.
Subsidium charitatiuum an possit monasterio imponi pro expensis prelati. de censi. consi. iij. nu. 1. fo. 49.
Substitutio an euanescat si is cui fit religionem profiteatur. de test. consi. xliij. nu. 1. fo. 42.
Substitutio an sit directa si testator in vita fratrem heredē q post mor [illegible]

Testator hospitale
tur de rectore: in
neg. pre. consi. vn
Testator inter viuo
mortem capellam
tutio. de testa. co
Testator si mand. ne
gatum. de testa. c
Testatore debitum l
dere. de consti. co
Testes intra termin
minari. de testi. co
Testis dicens ad vsu
[illegible]

caso profissa:

DE NVMERIS ET DIVERSIS RATIONIBVS

ſeu regulis computationum opuſculum, a Ioanne Scheubelio compoſitum. Non ſolum ad uſum quendam uulgarem, ſed etiam cognitionem & ſcientiam exquiſitiorem arithmeticæ accommodatum.

B. E.



M. D. XLV.



Diuisum est opusculum in tractatus quinque, in quorum Primo de numeris integris agitur, Secundo de proportionibus, proportionalitatibus & alijs. Tertio de minutijs uulgaribus. Quarto de minutijs physicalibus, Quinto uero & ultimo traduntur & declarantur aliquot regulæ, in quibus superiorum quatuor tractatuum usus ostenditur.

IOANNES

SCHEVBELIVS BONARVM ARTIum magister, Ampliss. & ornatiss. uiris Doctoribus ac Magistris consilij publici Academię Tubingensis dominis suis colendis.

Meum consilium, quod in hoc opusculo edendo secutus fui, principio exponere uisum est. Mirari enim aliquis posit, quę caussa me impulerit, ad tradendas eas res lingua quidem Latina, quas & ab alijs copiose ac multipliciter, & quauis potius ꝙ latina oratione cõpræhensas iampridem esse constaret. Nam diuersarum gentium atq; nationum sermone compositi hoc tempore libelli plurimi circũferuntur, quę præcepta rationum conficiendarum atq; computandi continent; Ego

uero in ea non solum ipse sum opi=
nione, sed & ueteres sapientes &
nostrę ętatis doctiss. uiros idem sta=
tuisse atq; sentire intelligo, Nume=
rorum cognitionē ac scientiam, unā
omnium esse homine dignissimam,
quippe cuius omnis in his exercea=
tur uis animi atq; mentis pecularis,
&, quemadmodum eruditioribus
philosophis omnibus placuit, separa
ta atq; diuersa a reliquarum animan=
tium natura. Sed ut quasi genus com
mune hominum hæc cognitio atq;
scientia non exornet, neq; in uulgo
conspicua sit, ad quandam tamen il=
lius præstantiam & conditionem
singularem, doctrinę scilicet & op=
timarum artium atq; disciplinarum,
requiri hanc dubium non est. Socra=
tes quodam apud Platonem loco,
ridiculum ait imperatorum futu=
rum

rum

rum Agamemnonem fuisse, si numerandi imperitus, ne quot pedib. quidem ingrederetur, nouisset. At artium & doctrinę posset ne intelligentia esse ulla, sine ordine, distinctione, collocatione, deniq; ratiocinatione & cõclusione? quę omnia absq; numerorum scientia cum existere tum consistere nequeunt. Taceo illum eruditum puluerem, ut Cicero uocat, Cuius prima spacia conficiunt atq; aperiunt numeri, extra quæ nulla doctrina absolui & ad finem quendam suũ perduci potest. quapropter ab ijs quorum antiquissima laus & priscum nomen est sapientię, preclare dictũ accepimus, Et uniuersitatem hanc rerum, & singulas partes illius, numeris constare atq; contineri. quę cum ita sint, tentari uolui, posset ne quædam tracta-

tio horum institui talis, quae necq; ab usu remota, & ad studia artium humanitatis apposita esset, quęq; non solum in foro & tabernis, sed in scolis etiã et Museis uersaretur. Magna enim, uel potius summa hac in luce et ueritate studiorũ caligo, & error miserabilis animos plurimorum occupat, & uirtutis cursum tenere non patitur. Necq; magis a plærisq; in discendo uia inceditur, sed compendia obeuntur stultitiæ & libidinis uniuscuiusq;. De talibus iam principijs quæ eruditio speranda sit, non uideo. Puerilis erat olim institutio Musicæ & Gymnasticæ, Musica literas, nũeros, q; & Geometriam complectebatur: Gymnastica corporis habitũ et ualetudinẽ curabat. Itaq; fuerunt tum homines animo & corpore præstantes, et illa heroica uirtute excellentes,

ut

ut ſemidei, ideſt, dij quidam terreni haberentur. Nunc cõtra inſtitutione ſublata, furor quidã & feritas uitam tenet. Sed querelas omittamus. Equidem in ſpem uocor, ut reuocatis dudũ in ſcolas bonis literis oĩa mox nitidiora fieri cepere, ita fore, ut his fũdamẽtis artiũ inſtauratis, doctrina omnis ad priſtinam altitudinẽ ſuam efferatur atq; emineat. Neq; huic aliquis numerorum laudationi obijcere debet, illam repræhenſionem Socraticam uulgarium rationum, quam ipſe ait eſſe, ἰδιωτικόν τε & καπηλικόν μελέτημα, ſic enim de hac diſſerit in ſeptimo Rerum publicarum. Nam ne nos quidem illam quaſi materiam, in qua uulgo nobiliſſima ſcientia conſumitur et adhereſcit admiramur aut maximi pendimus, quinpotius, hoc agimus, ut hæc pura & illuſtria ab illis turbi-

dis & obumbratis discernere, aut hāc etiā ueluti lucem densiori nubi cuidā facultatis uulgaris, inferre possimus. τοῦ γνωρίζειν μᾶλλον ἢ τοῦ καπηλεύειν ἕνεκα αὐτὴν ἐπιτηδεύοντες, secundum Socratis sententiam Itaq; & in rationibus numerorum declarandis & demonstrationibus, quæ γραμμικαί dicuntur exponendis, plurimum operę impendimus, ut non iam magis ista qualiscūq; λογιστική nostra ἄλογος quædam τριβή, sed uel ars uel certe scientia uere dici posse uideatur. Hæc quidem consilij nostri in his componendis atq; edendis sum̄a, idq; ut confido, bonis & doctis omnibus facile probabitur, Cæterum magis spero exemplo hoc nostro aliorum curam et industriam excitatum iri, q̄; conatum hunc operę nostrę, eximiam laudem consecututurum esse, quamuis et honestas propositi

positi laudem mereatur semper, & si fiat, ut alij quoq; in hoc genere & ipsi intendere uires in genij sui & elaborare aliquid uelint, id quod cupio maxime, adeptus præclare fuero. Ita eñ scilicet hæc elementa omnis doctrinę & sapiëtię reducta longo interuallo ad studiorũ initia, multos & in his ipsis, & in tota uita errores excludent atq; corrigent, quod equidem accidere ardentissimis uotis expeto, meũq; hoc scriptum plane obrui & obscurari alijs melioribus cupio, tantũ abest ut optimum & egregiũ uideri uelim. Sed hoc fors uiderit. Nunc quidem certe nullo prorsus in loco ac precio haberi non poterit. Multa enim monuimus, multa ostendimus, multa indicauimus, quædã explicuimus, non nulla etiã ipsi inuenimus nequaq̃; aspernanda, de quibus quidẽ uniuersis

A v legentium

gentium erit, ſicut eſſe debet, iudiciũ.
Hunc laborem & hoc ſtudiũ operę ac diligentię meę uobis uiri ampliſſimi, dedicandũ peculariter exiſtimaui quorũ extarent ſingularia beneficia erga me, cum & in ueſtra Academia doctrinæ honores mihi contigerint, & ueſtra me benignitas omni tẽpore adiuuerit, atq; ſubleuarit. Siue autem ego iudicio ſeu caſu ſedem mihi in Academia ueſtra delegerim, tantum abeſt, ut mẽ pœniteat facti huius, ut nullo alio in uita mea delecter magis. Nam hæc mea ſemper fuit perſuaſio, in qua non falſum me eſſe, res declarat, nullam eſſe Academiam aliã pro ſuo quaſi modulo, neq; firmius fundatã, neq; melius conſtitutã, neq; aptius collocatã, in Germania ſaltẽ noſtra, q̃ ſit ueſtra hæc, opus principis opt. & laudatiſſ. pręclariſſimũ. Quod

ſi

ſi eſſent fata paulo magis propitia ſtudijs bonarũ literarũ atq; artiũ, profecto hæc Academia floreret in primis. Sed & ſic eã laudem habet, ut nemo in illa uixerit, quin abſens etiã ipſam & augere & ornare ſtudeat, & rebꝰ aduerſis eius nõ ſecus atq; ꝓprijs indoleat: neq; hoc accidit ſolũ diſcipulis, ſed quibuſdã, quorũ inter magiſtros eſt nomen communi etiã modo celebrius. Mea uero utinã ea ſit uis atq; dexteritas, quæ aliquid diſcipulis noſtris proferat, cuius & ipſius cauſſa hic libenter degere uelint. Sed quamuis exiguum ſit, quod ego pręſtare poſſim, hæc tamen ueluti indicatio præclariſſimæ ſcientiæ ad huius amorẽ uoluntatẽ fortaſſis aliquorum cõuerterit, meum certe ſtudiũ ueſtræ humanitati gratũ futurum eſſe confido: quam oro, ut, quemadmodum

hactenus

hactenus constanter factum est, me tueri, fouere, defendere pergat: ego quacunque occasione potero, omnibus uiribus annitar, ut memoriam grati animi uobis meam declarem.



DE NVMERIS INTEGRIS TRACTATUS primus.



RITHMETICA est numerorum per se considaratorum scientia. dicimus autem per se, ut a Musica secernamus, qua & ipsa numeri considerantur, sed coniuncti inter se. Vel Arithmetica, est scientia numerorum naturam, rationem proprietates, usum explicans. De hac definitione licet faciamus duas Arithmeticæ species, Vnam quæ generis nomine appellata, numeros tractet quasi abstractos a materia & solos. Altera que rationes & computationes explicet, quæ λογιϛικὴ nominatur. Secundum quam diuisionem & nostrum opusculum in doctrina numerorum ordine deducetur, ut ab arithmeticis ad logistica, quæ nunc uulgo, Practicæ & regularum nomine uocantur deueniamus. Vnde uero

ro huius scientiæ factum nomen & quale sit, notius est quam ut monere nos oporteat Ne quid tamē desiderari posset, breuiter subijcere placuit, originem esse nominis huius ductam de græco uerbo ἀριθμεῖν, quod numerare significat, ut si quis latine reddere uelit, Numeralem scientiam dicere possit. Quo tamen nihil opus fuerit, cum hæc uocabula scientiarum & artium græca, latino sermone trita sint.

DE NVMERATIONE CA: I.

Numerare nihil aliud esse dicimus, quam considerare quantus quisque sit numerus. Figurę quibus omnis numerus exprimi potest, ab huius artis inuentoribus positæ sunt numero decem, ex quibus nouem, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. significatiuæ sunt, decima uero, Zifra, & Nulla uel figura Nihili nunc quidem appellata, cuius χαρακτὴρ .o. est consignificatiua, Nam per se nihil significat, figuris tamen nouem significatiuis, uni earum uel pluribus, ad dextrum latus iuncta, significationē ipsarum decuplat. Vt, 8. octo denotat, figura nihili.o. nunc apposita, sic, 80. decies octo, quod est octoginta repręsentat. Quod si adhuc una accesserit, ut 800, non octoginta, uerum decies octoginta, hoc est octingenta significabuntur.

ORDO NVMERORVM.

Quoniā ordinis uel precipua uis est, in artibus presertim, sine quo omnia sunt confusa & obscura, & nos

hic

hic primum quædam de ordine dicere uolumus Proinde numerum ordinaturus a figura que ab initio lateris dextri ponitur incipies hancq; primam dices, sequentes uero omnes sinistrum uersus ordine quo positæ sunt naturali numerorum serie secundam, tertiam, quartam, atq; cæteras deinceps, tot quidem quot fuerint nominabis. Quibus sic ordinatis figura que ordine prima est suijpsius significatione contenta erit. reliquæ uero omnes quo longius quelibet a prima figura sita fuerit tanto maiorem sibi per decadem significationem accerset. Nam secunda que primæ proxima est: decies, se & tertia quæ huic proxima decies decem, quod est centies se, quarta uero se millies representat. Qua propter hunc numerum 7777. sic exprimas oportet septem millia septingenta & septuaginta septem. Illum uero 9063. nouem millia sexaginta tria. Quod si plures q̃ quatuor figuræ fuerint, à quarta, ea tamen prius puncto signata, rursus ordinare incipies his uerbis.

Vnum

Vnum, decem, centum, mille.
Atq; hoc ad finem usq; quartam semper puncto signando. Nam singuli puncti singulos millenatrios reputant.
Huius accipe exemplum quod sequitur.

	Vltima figura					Secũda	Prima	
Siniſtrũ.	7	8	9	0	6	4	3	0 Dextrũ latus.
	decem	Mille unũ	centum	decem	Mille unũ	centum	decem	Vnum

Hunc numerum exprimes hoc modo. Septuagies octies mille, noningenta sex milia, quadringenta & triginta. Et sequentem:

975970069569. sic

Noningenties septuagies quinquies millies, noningenties septuagies mille, sexaginta nouem millia, quingenta sexaginta nouem.
Sunt qui nõ inelegãter nũeros ad centena

B millia

millia referant, atquehunc numerum, .8478779. sic exprimunt, Octagies quater centena, septuaginta octo millia, et septingēta nouē & septuaginta qui alias exprimitur, octies mille, quadringēta septuaginta octo millia, septingenta & septuaginta nouē. Illū uero. 29600000. Ducenties nonagies sexies centena millia & illum 250000000. Bis millies & quingenties centena millia. Hoc obiter tibi indicare uoluimus, tue arbitrio relinquentes utram pronunciationem sequi uolueris.

Non est etiam inelogans neq; incomoda enuntiatio numerorum excellentis quantitatis cum ad decem M. peruentum fuerit, ut græca uoce μυριάδος illo numero cōprehenso, rursus minoribus numeris summam augeas. Ita minus obscure uidetur ingens multitudo indicari, ut 97597006956. (placet enim superiori exemplo uti, ita scilicet res planior fuerit,) sic enunciare poteris, Nonagies septies mille, quingenta nonaginta septem millia myriadum & sex myriades, nouem millia, quin-

quingenta sexaginta nouem. Hanc cõmo ditatem & uulgo nunc sequuntur, cum dolia auri, centum millia, & Milliones, decies centena millia appellant.

Et hactenus de numerorum enunciatione, sequũtur deinceps quorundam uocabulorum explicationes quæ in instituta tractatione crebro usurpantur. Vnitas, est secundum quam quæq; res una dicitur. Vt, una domus, mensa, mensura, dies & id genus.

Numerus, est unitatum collectio. Vt, 3. 9. 13. 470. 9085. Ex hac numeri definitione colligitur, Vnitatem non esse numerum, cum sit una tantum unitas.

Numerorum prima diuisio.

Numerus est aut par aut impar. Numerus par, est qui in duo æqualia diuidi potest ut, 2. nam huius duo æqualia sunt 1. & 1. Item 16. 22. 38. 476. 9720. Atq; illius tres sunt species pariter par, pariter impar & impariter par. Pariter par, est numerus qui pari tantum numero a pari numeratur, ut 4. 32. 128. 1024. Pariter impar

uero, est numerus qui impari tantum numero a pari numeratur, ut 6. 18. 74. 170. 4758. Impariter autem par, est numerus qui & pari & impari numero a pari numeratur, ut 12. 56. 268. 3456. Impar numerus, est qui in duo æqualia diuidi nõ potest ut 3. 15. 49. 367. 8641. Hanc primam numerorũ diuisionem Euclides in septimo & nono libro cum suis proprietatibus copiosius tractat.

Alia numerorum diuisio.

Numerorum alius est primus, alius compositus. Primus est, qui sub nullius alterius numeri dimensionem cadit, ut 2. 7. 11. 37. 109. 2687.

Compositus est, qui per alium diuidi potest, ut 9. 12. 69. 117. 935. 8678.

Primi inter se sunt numeri, quibus nullus communis numerus eos diuidens inueniri potest, ut, 3. & 7. sunt nũeri inter se primi. Similiter 8. & 9. inter 44. 36. 15 & 12. primi inter se sunt.

Compositi inter se sunt numeri, qui per aliquem communem numerum diuidi

uidi possunt. ut 9. & 15. communē numerum, per quem diuidi possunt, 3. habent, atq; sic compositi inter se nominent. Item 36. 24. & 16. diuiduntur per 4. uel per 2. Similiter 7. 63. 749. & 812. per 7 &c.

Est præterea numerus alius qui dicitur, Pars, & alius qui dicitur multiplex. Est autē pars numerus, qui aliquoties sumtus, alium constituit, uel qui cum aliquo multiplicatus alium producit, ut 3. est duodenarij pars, quandoquidem quater sumtus, uel cum 4. multiplicatus 12. constituit.

Multiplex uero est, qui aliquo numero aliquoties sumto constituitur. uel, qui ex duobus uno cum altero multiplicatis numeris producitur, ut 12. multiplex est ternarij, quandoquidem ex ternario quater sumto constituitur. uel quoniam ex duobus numeris, ternario scilicet & quaternario, inter se multiplicatis producitur.

Est etiam numerus dictus Perfectus, qui omnibus suis partibus est æqualis, ut 6. 28. 496. 8128. & multi alij, ut ex sequenti figura colligere poteris, sunt numeri

 perfecti

perfecti, Nam 28.(ut ostendemus exemplo) est numerus perfectus, quoniam in eo reperiuntur partes, media 14. quarta 7. septima 4. decima quarta 2. & deinde uigesima octaua pars, 1. scilicet. Et quia hæ partes in unam summam . collectæ . si fuerint, eundem numerum 28. perficiunt, eum numerum perfectum esse oportet in hunc modum.

Numerus 28 ut partes habet	$\frac{1}{2}$	14.
	$\frac{1}{4}$	7.
	$\frac{1}{7}$	4
	$\frac{1}{14}$	2
	$\frac{1}{28}$	1
Summa omnium 28		

Et 496 . perfectum numerum esse ostendes. Habet enim partes ille numerus, mediam 248 . quartam 124 . octauam 62. sextam decimam 31. trigesimam unam 16. sexagesimam. secundam 8. centesimam uigesimam quartam 4. ducentesimam quadragesimam octauam 2.& quadringentesimam nonagesimam sextam, 1. scilicet Hæ partes quoniam in unam summam collectæ, propositum numerum, nempe 496. perficiunt,

ille

ille perfectus numerus esse perhibetur, quod suas quas habet partes neq; excedat, neq; ijsdem minor sit.

Huius nunc sequitur figura talis.

Nũerus 496. partes habet	mediam	248
	quartam	124
	octauam	62
	sextam decimam.	31
	trigesimam unam	16
	sexagesimam se.	8
	centesi. uige. quartam	4
	ducẽte. quadrage. octauã	2
	quadringẽte nonage. sextã	1
	Summa omnium	496

Non aliter examinabis & reliquos, Huius numeri genituram, illius deinde geniturae demõstrationem habes apud Euclidem, propositiõe ultima noni libri elementorũ Boetius quoq; & Iordanus non pauca in suis Arithmeticis de hoc numero scripserunt, ad quos si plura petas, te remitto.

Sequitur figuratio ultimæ proportionis noni libri.

Vnitas. Ab unitate continue dupli.

	1	2	4	8	16	32	64
		7	15	31	63		
Cōpositi primi	3					127	
ultimo additi	2		4			16	64
Nu: perfecti	6		28			496	8128

De numero diminuto & supfluo consulto nihil amplius præter ipsorum definitiones dicemus, eo quod non uidetur esse aliquos eorum præcipuus usus, atq; ob id, ut credo etiam ab Euclide omissi. Est autem numerus Diminutus, qui suis partibus maior est. Vel cuius partes simul sumtæ, minorem summam ipso toto constituunt, ut 15. 8. Superfluus uero &, qui suis partibus minor est, uel, cuius partes simul sumtæ maiorem ipso toto summam constituunt, ut 12.

Sequun-

Sequuntur modo exempla.

64		512		56		72	
$\frac{1}{2}$ ut	32	$\frac{1}{2}$ ut	256	$\frac{1}{2}$ ut	28	$\frac{1}{2}$ ut	36
$\frac{1}{4}$	16	$\frac{1}{4}$	128	$\frac{1}{4}$	14	$\frac{1}{3}$	24
$\frac{1}{8}$	8	$\frac{1}{8}$	64	$\frac{1}{7}$	8	$\frac{1}{4}$	18
$\frac{1}{16}$	4	$\frac{1}{16}$	32	$\frac{1}{8}$	7	$\frac{1}{6}$	12
$\frac{1}{32}$	2	$\frac{1}{32}$	16	$\frac{1}{14}$	4	$\frac{1}{8}$	9
$\frac{1}{64}$	1	$\frac{1}{64}$	8	$\frac{1}{28}$	2	$\frac{1}{9}$	8
	63	$\frac{1}{128}$	4	$\frac{1}{56}$	1	$\frac{1}{12}$	6
		$\frac{1}{256}$	2		64	$\frac{1}{18}$	4
		$\frac{1}{512}$	1			$\frac{1}{24}$	3
			511			$\frac{1}{36}$	2
						$\frac{1}{72}$	1
							123

Summa partiũ, eſt nũerus minor ꝙ̃ eſt ipſum totũ, hoc eſt ꝙ̃ ꝓpoſitus nũerus 64. uel 512. quare diminutus uocatur.

Summa partiũ eſt nũerus maior ꝙ̃ eſt ipſum totũ, hoc eſt, ꝙ̃ ꝓpoſitus nũerus 56. uel, 72. quare ſuperfluus ſiue abundans uocatur.

Cæterum in ꝓpoſitionibus Euclidis citandis, ſcias nos ordinem Zamberti uel græci exemplaris ſecutos eſſe.

De Additione Ca: II.

Additio, eſt duorum uel plurimum numerorum in unam ſummam collectio. In huius operatione communiter utimur particula Ad uel Et, dicendo 6 ad 9 uel 6 & 9. ſunt 15. Duos itaq; numeros uel plures in unam ſummam colligere ſi uelis, ita facito. Numerorum quos in unam ſummam colligere ſtatuis, primas figuras omnes directe unam alteri ſubſcribito, & item ſecundas & tertias, deinde etiam, ſi tot fuerint, quartas ſimiliter & quintas ac reliquas omnes. Hoc facto lineam ſubducito, atq; omnes primas figuras in unũ colligito. Quod ſi proueniet numerus quem una figura ſignare poteris, eum directe ſub lineam ponito, Quod ſi duas uel plures etiam figuras requiſiuerit ille proueniens numerus, primam harum ſcribe, reliquam uero proxime ſequenti iunge. Non aliter & figuras ſecundo, tertio uel quarto loco poſitas colligas oportet, niſi quod numerum qui ultimo ueniet, is ſiue unam ſiue plures figuras habuerit, integrũ ſcribas Hæc exemplis clariora fiunt.

36	907	7405	93867
13	596	790	78956
49	1503	8195	172823

Alia exempla.

Numerus 9 probationis.

795286		47890625
403749	3	9889786
54398	x——x	950857
1253433	3	58731268

Aliud exemplum.

	79896540987
	7989654098
	798965409
Numeri addendi.	79896540
	7989654
	798965
	79896
	7989
Summa 887739335	38

Quo nunc certior quis fiat, recte ne an secus operatus sit, duplici uia experiri potest, Numero uidelicet pro arbitrio assumto, & specie, ut uocant, eius quam tractauerat contraria. Primo

Primo per numerum assum-
tum sic,

Sumatur exemplum quod est in ordine quintum, ad comprobandum per 9. numerum assumtum. Abijce primum 9. in superiori ordine quoties poteris, singulas figuras, quasi primum locum occupent, per se considerandas, atq; ita quod relinqui uideris, 1. scilicet, postq; lineam iuxta numeros, de quibus periculū facturus es, ad dextram partem produxeris, ad illam siue hinc siue illinc ascribito. Deinde similiter age cum reliquis ordinibus quos addideris, & relictum numerū qui in proposito exemplo 3. 2. ad oppositam extremitatem unitati, in linea producta, ut ostendimus, ascriptæ ponito. Quem iam priori residuo numero additum, demtis inde 9. si fieri potest, supra lineam reliquis duobus cancellatis scribas Postremo abijcientur etiam 9. de totius additionis summa infra lineam posita. Quod si hoc facto, numerus superiori ultimo residuo æqualis relinquetur, bene

te

te operatum ſcias. Sin ſecus. iteres operationem oportet.

Per 7 uero 11. 13. uel alium quemcunq; numerum, recte ne feceris an ſecus, experiri uolens, peropus tibi erit ante oculos præſcriptas ut habeas, numeri iſtorum alicuius quo nimirũ in probando uti uolueris multiplicationes, ab unitate uſq; ad 10. Atq; ſic a figura ſiniſtri lateris prima ſingulorum ordinum, numerum inter multiplicationes probæ numeri expreſſum, & quem maximum potueris, ſubtrahe, & reſiduum ad ſequentem figuram uerſus dextrum latus, quaſi ſecundum locum teneat, compares, a quibus poſtea alium q̃ maximum, qui ſubtrahi tamen poſſit, numerum inter multiplicationes repertum ſubtrahe. Hoc autem toties, uſq; dum ad principium dextri lateris perueneris, facias oportet. Cum ultimis deinde reſiduis ſingulorum ordinum, operare ut in priori.

Tabella

Tabella multiplicationis ad præ=
scripta necessariæ.

Pro=	7(bæ	11(nu=	13(me=	19(ri
	7	11	13	19
	14	22	26	38
	21	33	39	57
	28	44	52	76
	35	55	65	95
	42	66	78	14
	49	77	91	133
	56	88	104	152
	63	99	117	171

In his autem dabit quisque operam, ut circumspecte & caute uersetur. Minus n. consulte agens, potest etiam cum exemplum comprobare conatur, aliquid non animaduertere, iustius posthac, utrum numeros male addiderit, an false probauerit.

Sequitur exemplum.

98402658
79864305
178271.963

Probæ

Probe uel comprobationis numeri·

(7	(11	(13	(19
2	1	12	17
6——3	8——4	11——1	8——9
2	1	12	17

Quomodo autem singulæ species cō- probentur singulis sibi contrarijs, in fine huius tractatus doceberis.

De Subtractione ca: III.

Subtractio est duorum numerorum, uel minoris a maiori, uel æqualis ab æquali ablatio. Nam sic apparebit, quanto alter altero maior sit, uel quantum alter alterum excedat. Hanc si exequi recte uolueris, commode hoc feceris cum particula A, uel, De, Vt 6. a. 9. uel 6. de 9. manent 3. Vnum itaq; numerum ab altero subtracturus, eum qui subtrahi debet, eo modo quem in additione docuimus reliquo subscribas subducta posthac ut prius linea subtrahas

ſubtrahas primam inferioris numeri figuram a prima ſuperioris, & qui relinquitur numerus, eum ſub linea directe ponas. Haud aliter cum omnibus qui ſequuntur figuris agendum cenſebis. Et remanebit ſub linea, exceſſus alterius propoſitorum numerorum ſuper alterum.

Huius ſume exempla ut ſequitur.

48	987	794	458274
26	786	794	43052
22	201	0	415222

Contingit uero non raro, ut una inferiorum a ſibi ſupraposita figura ſubtrahi non poſſit, cum ſcilicet ea maior fuerit. Hoc ſi acciderit, unitatem ab immediate præcedenti figura ſuperioris ordinis mutuato, atque hanc, quoniam ſecundum locum occupat, pro decem habeto. Vnde poſtea inferiore ſubtracta reſiduum ſuperiori numero, qui prius ſubtractionem non

non admittebat, addito, numerũ postea qui inde apparet, sub lineam scribito. Quoties autem hoc facto opus fuerit, sem per proximæ inferioris ordinis figuræ punctum apponito, quem una cum ipsa deinde figura, ne illius accommodato sum ti te quis quasi prætereuntem redarguat a superiori subtrahito. Id autem quo clarius pateat, hæc subiecimus exempla.

74684	364	9468
.4.724	.7.5	8.9.78
69960	286	490

Alia exempla.

723460	849468094
4.9.9.65.4	627.832.70.5
223806	221635389

Non aliter subtractionem probabis atq; additionem, nisi quod hic subtrahes numerum in probatione repertum, quam probam uocant numeri subtracti, a proba eius cui facta est subtractio. Atq; si

relicto istius probationis residui siue remamentis de subtractione numeri, proba responderit bene egisti. Quod si inferioris proba a superiori subtrahi non possit, subtrahes eam a numero per quem comprobatio sumit, ac residuo demum superioris probam si addideris, ueniet numerus probæ inferioris (si saltem bene operatus es) non dissimilis.

Sequitur exemplum.

5006376
·809873
4196503

Numeri probationis.

(9	(7	(11
1	3	3
8 —— 8	4 —— 1	1 —— 9
1	3	3

De Multiplicatione ca. iiij.

Multiplicatio, est cum e duobus numeris propositis, alter toties sibi coaceruatur

uatur quoties in reliquo unitas reperitur. In huius operatione alter numerorum, is uidelicet cum quo multiplicatur aduerbio numerandi, alter uero qui multiplicatur numerali nomine cardinali exprimitur, ut sexies septem sunt 42. septies quinq; sunt 35. Nonies nouem sunt 81. & sic deinceps.

Septem 7	quinq; 5	nouem 9
sexies 6	septies 7	nonies 9
Sunt 42	sunt 35	sunt 81

Sed quo nunc hæc exactius ac citra fere omne negotium expeditissime discantur, non grauati sumus hanc tabellam, aliquot numerorum multiplicationes cōplectentem subscribere, quam ut memoriæ penitus mandes, tua nunc intererit.

2 Bis	2	4
	3	6
	4	8
	5	10
	6	12
	7	14
	8	16
	9	18
3 Ter	3	9
	4	12
	5	15
	6	18
	7	21
	8	24
	9	27
4 quater	4	16
	5	20
	6	24
	7	28
	8	32
	9	36
5 quinquies	5	25
	6	30
	7	35
	8	40
	9	45
6 Sexies	6	36
	7	42
	8	48
	9	54
7 Septies	7	49
	8	56
	9	63
8 Octies	8	64
	9	72
9 Nonies	9	81
10 decies	10	100
	100	1000

Hæ

Hæ quoq; numerorum multiplicationes regula quadam tradi poſſunt, hoc modo.

Multiplicationes ſeu producta ex multiplicatione duorum numerorũ, quorum quilibet minor decem fuerit, inter ſe reperire cupis, eorum unum alteri ſubſcribe, ad numerum qui ſuperiori ad denarium complendum defuerit, a latere illi adiungito, inferiori uero figuram nihili o, aſcribe. Hoc facto, differentiam uel defectum ſuperioris ad denarium cum inferiori numero multiplica, & productũ deinde a denario inferioris ſi ſubtraxaris, habebis quæſitum.

Hæc regula poſito exemplo clarior fiet.

Per hanc regulam ſcire uelim, ſeptem ſexies, uel ſeptem cum 6 multiplicatis, quis numerus producatur. Pono ergo ut regula præcipit numerum 7 atq; ſub eo 6, figura deinde nihili. o. ſenario adiuncta

habeo 60. Cæterum, quia non 7. sexies sed 10. sexies 60. sunt, ideo de 60, ut habeam uerum multiplicationis productum numerum, aliquid subtrahi oportet, tot nempe senarios, quot unitates differentia alterius numeri 7. respectu denarij, in se continet, & manebit mihi numerus, uerũ ex multiplicatione productum indicans. Sic ages cum cæteris quoq;, ut 8. sexies, sunt 60. & hoc quidem cum figura nihili, o. senario apposita fuerit, minus bis 6. (quandoquidem numerum 8. & 10. differentia est 2) hoc est minus 12. His igitur de 60. subtractis, manent 48. productus certe numerus ex multiplicatione 8. cum numero 6.

Sequitur exemplum.

Numerus { superior 9. 1. { differẽtia uel defectus
Numerus { inferior 7. o figura nihili

subtrahe

ſubtrahe 7, productum ex multiplicatione differentię ſeu defectus cum inferiori, & manent 63. Atq; tot ſunt nouem ſepties.

Alia exempla.

8	2	8	2	7	3
8	0	7	0	8	0
1	6	1	4	2	4
6	4	5	6	5	6

Et tantus eſt productus numerus ex multiplicatione duorum datorum numerorum, unius cum altero.

Sunt & aliæ rationes, quibus huiuſmodi numerorum multiplicationis productus numerus haberi poteſt, quas tamen nos, ne teneriores animi legendo onerentur, de induſtria pretermiſimus, multiplicationis uiam deſcribentes.

In multiplicatione, ut ex definitione ipsius colligitur duo numeri necessarij erunt, qui siue sint inter se æquales, siue alter altero maior, nihil obstat, semper enim unum, modo quo in superioribus traditum est, alteri subscribere debes. Subducta deinde linea, multiplica per primam inferioris ordinis figuram omnes superioris, & productos qui inde uenient sub his si una tamen figura scribuntur ponas. Sin duobus, priorem scribi, alteram uero sequenti producto addi oportet, Ad ultimã aũt figurã peruentũ cũ fuerit, totum quod producitur scribendum est. Hoc peracto, sume alteram inferioris ordinis figuram, atq; per hanc ut per primam omnes superioris multiplica, & numerum qui primus producitur, directe secundæ figuræ inferioris subscribe, reliqui uero eum ad sinistrum comitentur. Non aliter cum omnibus figuris inferioris ordinis faciendum puta. In quo tamen hoc notatu non indignum uidebitur, quod semper primus productus numerus, ei cum

quo

quo superiores multiplicant subscribatur. Atq; sic absolutis omnibus, sub numeros altera ducatur linea, cui omnium inter illas duas ductas lineas positorum numerorum summam subscribas. Nam hæc tibi productum ex multiplicatione numerum indicabit.

Sed multiplicationis usus cum admodum necessarius sit, plura huius exempla hic ascribere libuit, ut si in descriptiõe forte obscuriores tibi uisi fuerimus, exemplorũ copia omnia reddantur illustriora.

Sequuntur nunc huius exempla.

Numerus multiplicãdus	Multiplicãs	Productus	Numerus multiplicãdus	Multiplicãs	Productus
	2	912		10	70890
	3	1368		11	77979
	4	1824		12	85068
	5 pro	2280		23	163047
456 cũ	6 du	2736	7089	34 pro	241026
	7 cũ	3192	cum	56 du	396984
	8 tur	3648		67 cũ	474963
	9	4104		78 tur	552942
				89	630921

Alia exempla.

Mult.	987	654	321 Mult.
Mult.	123	123	123 Mult.
	2961	1962	963
	1974	1308	642
	987	654	321
pro	121401	80442	39483 pro-
ducitur			ductus

Alia exempla.

987	987	654
789	456	456
8883	5922	3924
7896	4935	3270
6909	3948	2616
778743.	450072.	298224.

Adhuc

Adhuc alia exempla.

	123		11996313
	234		22822254
	345		33648195
	456		44474136
97531 cum	567	pdu.	55300077
	678		66126018
	789		76951959
	891		86900121
	912		88948272

Multiplicandi compendium.

Si numerorum propositorum alter vel ambo in primo loco figuras nihili .o. habuerint, subscribe primam inferioris significatiuam primæ significatiuæ superioris, & multiplica deinde ut nosti, figuras posthac nihili omnes quas operando omiseras, toti producto a dextris præpõe.

Huius

Huius exempla ſunt.

630	796	4890
17	180	5400
441	6368	1956
63	796	2445
10710	143280	26406000

Hæc & alia animaduertenda, hiſce te admonitum uolo, quid inde fructus acquiſiturus, poſt intelliges.

Eſt communis animi conceptio, nimirum, Vnitas non multiplicat. Numero enim ſemel ſumto, illum redire neceſſe eſt. Et item alia, unitas cum quolibet numero multiplicata, eundem cum quo multiplicatur producit. Ex his colligitur, ſi numerorum aliquem cum 10. 100. 1000. uel 10000. etiam multiplicare uolueris, ut huic tot figuras nihili quot ipſi unitati appoſitæ fuerint adiungas, hæc exemplis patent.

7	39	48	679
10	100	1000	10000
70	3900	48000	6790000

Alia multiplicationis ratio.

Alio quoq; modo & interdum breuiori, multiplicatio poteſt peragi, Cum ſcilicet alter numerorum in partes quotcunq; diſtribuitur, atq; indiuiſus poſtea in ſingulas diuiſi partes ducitur. Nam inde productorum ſumma eundem repræſentat numerum, ac ſi integri illi, unus cum altero multiplicarentur, & hoc quidem ex prima ſecundi elementorum Euclidis propoſitione, ut ſi exempli gratia 4789. multiplicare uelis cum 175. producentur 838075. Quod ſi alterum numerorũ, 175. ſcilicet, in partes nempe. 100. 50. & 25. ſecueris, ac cum illis ſingulis poſtea 4789. numerum indiſtractum multiplicaueris, ſimiliter 838075. producti numeri ſimul collecti, conſtituunt.

Atq;

Atq; hoc exemplo quod ſubiecimus facile patet.

Multiplicãt̃ hic nũeri ut fieri ſo- let		Nũerus Indiuiſus		Diuiſ.
4789	iuxta propoſiti onẽ uero practice	4789	cum	175
cũ 175		ſic		Partes
23945		478900		diuiſi
33523		239450		100
4789		119725		5 / 2
838075 æqualis		838075		

Sic in alijs fieri licet. Hoc tamen cauebitur, ne temere in partes qualeſcunq; diſtributio fiat, utq; ratio cõpendij huius cõſtet, Ideoq; & exemplum propoſuimus numeri ualde idonei ad diſtributionem, nempe 175. atq; hunc in partes. 100. 50 & 25. diſtribuimus. Nam per 100. numerum aliquem multiplicare q̃ ſit facile, modo audiuiſti. Habito uero multiplicationis huius producto, ipſius medietate quantum 50. producentur indicatur. Sic cum 25. tertia diſtributionis

ſtributionis parte agetur, cum & ipſa medietas ſit 5o. ſecundæ partis. Hæc obiter indicare uoluimus. Prima autem ſecundi Euclidis propoſitio hæc eſt.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, ſeceturq; ipſarum altera in quotcunq; ſegmenta, rectangulum comprehenſum ſub duabus rectis lineis, æquale eſt eis quæ ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur.

Multiplicatione reſoluuntur maiores appellationes ponderum, menſurarum monetarum ad minorem. Minorem autẽ appellationẽ puto eſſe ſolidorum q̃ florinorum, unciarum item & librarum q̃ eſt centenariorum. Vt ſi quis florinos in ſolidos groſſos uel nummulos, centenaria item in libras, uncias, ſemuncias uel drachmas reſoluere inſtituerit, multiplicatione id faciat neceſſe eſt.

Sequitur.

Sequitur exemplum.

Centenarij pondus, si uerbi caussa 100 zygostaticis libris pendat, libra uero zygostatica semuncijs 32. semuntia deinde drachmis 4. quarum quælibet 3 æquetur strupulis. Quæritur nunc secundum hanc ponderis distinctionem, quot semunciæ, drachmæ uel

		Semutias	drach:	scu:
scru:	uno	3200.	12800.	38400.
	4 cen: æquēt: facit	12800.	51200.	153600
	$9\frac{1}{2}$	30400.	121600.	364800

Aliud exemplum.

Pondus unciæ habent siliquas 4. siliquæ uero pondus 2 drachmarum est, quarum demum una 4 nummulis nostra ponderatione æquatur. Quæstio nunc est quot siliquæ, drachmæ et

		Siliquæ	drach	num:
	unam	4	8	32
	5	20	40	160
nūmuli pēdāt	7 un: facit	28	56	224
	12	48	96	384

Sequitur

Sequitur huius tractationis examen seu comprobatio.

Cum multiplicationem probare uolueris, primum cape probas propositorum duorum ordinum, illis posthac una cum altera multiplicatis, abijce a producto hoc probæ numerum quoties potueris. Si deinde quod superest, producti totius multiplicationis numeri probæ responderit, recte est.

```
 (9              9876543210 nu
                 123456789 pro.
-------------------------------
               8888888889
   0          79012345 68
 ø—ø        6913580247
   0       5925925926
          4938271605
         3950617284
        2962962963
       1975308642
       987654321
-------------------------------
      12193263111126352690 pro
                        ductus
```

Numeri probationis.

(7	(11	(13
2	8	1
~~2~~ —— ~~1~~	~~6~~ —— ~~8~~	~~1~~ —— ~~1~~
2	8	1

De diuisione ca. v.

Diuisio est numeri inuentio, cuius tot sint unitates quoties diuidens continetur à numero diuidendo, utimur autem eam exercendo dictione Quoties, ut 6 in 9 quoties? semel. Sic 8 quoties in 48? sexies. Hæc uti multiplicatio duos numerorum ordines postulat, diuidendum, scilicet qui diuiditur, & diuidentem uel diuisorem qui diuidit, uel per quem diuiditur. Diuidere igitur numerum per numerum si uolueris, diuisorem diuidendo subscribe, sic ut ultima diuisoris stet sub ultima figura diuidendi, penultima uero sub penultima, & sic deinceps. Quod si ultima diuisoris maior fuerit ultima diuidendi, eam sub penultima diuidendi ponas, & sub huius antepenultima, *illius penultimam. Qui*-

bus

bus ita positis, uirgulam paruam semicirculi instar sic(dextro diuidendi lateri appone, & uide quoties ultima diuisoris in ultima uel penultima diuidendi haberi possit, atq; hunc numerum, qui exiens dicitur, extra semicirculum iam ductum scribe, eoq; in omnes diuisoris figuras ducto, numeros qui inde producentur, a figuris diuidendi subtrahe, & residuis (si qui sunt) super scribe, cæteris cancellatis. Et nota quod facta subtractione residuus numerus semper debet esse minor diuisore, alioqui scias te minorem cepisse numerũ q̃ habere potueris, nũerus quoq; quem exeuntem diximus nouies ad summum potest accipi, atq; huius te admonitum uoluimus. Post hæc totum diuisorem dextram uersus, si locus superest, ultra unam figuram preponas, & uide similiter quoties ultima diuisoris in sibi suppositis diuidendi figuris haberi possit, ita tamen ut & precedentes diuisoris figuræ, si plures una fuerint, toties accipiantur, ne iniustam quis fieri diuisionem exclamet. Hunc nu-

merum inuentum primo in semicirculo signato numero ascribe, eoq; cum omnibus figuris diuisoris multiplicato, productos a suprapositis subtrahe, ac residuis supra signatis, reliquos cancella. Deinde iterum submoue, si potes, diuisorem ultra unam figuram, quoties ultima eius in sibi suprapositis diuidendi figuris haberi potest considerando, hoc autem toties fiat, donec prima diuisoris stet sub prima diuidendi, & facta est diuisio.

Cuius hactenus præcepta constituimus, sequuntur exempla.

& primum quidem.

Vbi diuisor unam tantũ figurã habetur

	Diuisor	Exiens
	2	10080
	3	6720
	4	5040
20160	5 exi	4032
diuidatur per	6 būt	3360
	7	2880
	8	2520
	9	2240

In sequentibus exẽplis diuisor duabus figuris scribitur

	Diuisor	Exiens
	24	1512
	32	1134
	48	756
di/36288	56 exi	648
per	64 būt	567
	72	504
	81	448
	96	378

Sequuntur nunc exempla in quibus diuiſor tres figuras habet.

	396		228690
	330		274428
	297		304920
diuidãtur 90561240	264	ue-	343035
per	231	ni	392040
	198	ent	457380
	165		548856
	134		675830

Non aliter cum aliis omnibus, quotquot modo diuiſor tuus figuras habuerit, operandum putes.

```
 14                18
2458               747
3811              1478
97704 (1416      86142 (879
69999             9888
 666               99
```

4
5
694
1736
50046 | 8
92591 | 7
5797223 | 6
65 9.999 | 7
6555
66

3
43
697
4545
38687 | 5
2539494 | 7
4386.66 | 6
4388
43

In fine uero operationis si quid reliqui manserit, hoc ad exeuntem paulo altius colloca, cui postea fractionis more (de qua in tractatu tertio nonnihil) linea prius interiecta, diuisorem subscribito.

0 Residuus

——— . . . linea intericcta

0 Diuisor

4	
52	4
780	77
8164	813
2377	4024
231589	72863
970846(129 $\frac{4249}{7493}$	798649(948 $\frac{433}{842}$
7493.33	842.22
7499	844
74	8

Sequitur compendium.

Si a principio diuisoris una, uel plures figuræ nihili fuerint, eas ordine sub diuidendo ponito, primam scilicet sub prima & secundam sub secunda &c. significatiuas uero figuras, ut prius ostensum est, ordinabis.

Vt si diuidere uelis 59786 per 360, numeros ut sequitur ordinabis.

```
 2                         4
 83                        37
 2312                      786
 59789 (166) 29            567089 (74) 4689
 36660       360           76600       7600
 33                        7
```

Quod si diuidendus etiam in principio aliquot figuras nihili habuerit, illas cum diuisoris nihili figuris æquali numero tolle, & cum reliquis diuide quemadmodum doctus es. Quod uero hoc pacto, tantum proueniat quantum ex totis numeris uno per alterum diuiso, docebe ris in tractatu de proportionibus.

Exempla sunt.

```
 1
 37                        2
 180                       13
 2983                      736
 98673|0 (124) 733         79643|00 (81) 263
 79990|0       790          9880|00       980
 77.                        9
```

Cum

Cum diuisio numeri in partes sectio sit, quiuis (nisi plane omni caruerit sensu) apud se facile reputabit unitatem esse diuisorem non posse. In eo enim quod unius est, quid diuisione opus fuerit? Quare numerus si forte propositus fuerit ut diuidatur per 10. 100. 1000. uel 10000. & id genus alios, eius tot figuras a dextris submoue quot nihili figuras diuisor tuus habuerit & numerum qui sic relinquitur, pro exeunte habeto. Hoc sequentibus exemplis cernere licet.

diuidẽ	exi:	re:	exi:	re:	exi:	re:	exi:	residuũ
dus	36/	7.	46/	87	79/	86ø.	159/	64øø
diuisor	1	0	1	00	1	00ø	1	00øø

Quemadmodum florini in solidos uel nummulos, centenaria item in libras semuncias & drachmas multiplicatione resoluuntur, sic uicissim nũmuli ad solidos, solidi ad florenos. Similiter drachmæ ad semuncias, semunciæ item ad libras & libræ demũ ad centenaria redigũtur diuisione.

Exemplum eſt.

Nummuli 8998 quot faciunt florinos, reſiduos dein groſſos & nummulos, in moneta cuius florinus 24 gro. groſſus uero 10 nummulis permutatur.

Facit 37. flori. & reſiduos inſuper gr. 11, & num.8.

```
 1
13
251
8998   (37flo. 11/8 (11 gr.& 8 num.
2440          1 0
 2
```

Drachmæ 95878 quot faciunt libras & reſiduas uncias, ſiliquas & drachmas.

Facit li. 749 reſiduum deinde un. 0 & 3 ſiliquas

Digitus habet hordei grana 4. palmus uero digitos 4. Item palmi 4 pedem perficiunt, pedes deinde 5 paſſui geometrico æquantur,

æquantur, quorum 125 ſtadio & ſtadia 8 miliari italico. Quæritur grana hordei 967485. quot miliaria, ſtadia, paſſus pedes & digitos perficiant

	mi	Ita:	paſ:	geo:	palm:		granum
Facit.	3	0	23	1	3	3	1
		ſtadiü		pedem		digi:	

Probe ne an ſecus rem ipſam, diuiſionem ſcilicet, tractaueris, ſic cognoſces.

Huius operationis certitudinem habere uolens, accipiat primum probam diuiſoris, deinde etiam exeuntis, quibus poſtea una cum altera multiplicatis, ac producto reſidui, ſi quod fuerit, proba addita, ſi demum id quod probationis numero minus eſt, diuidendi probæ reſponderit, ſe recte feciſſe ſciat.

```
            73
(7          87              (9
            991
0           33177            3
            793335 |9
0 — 1      795648 |9 315/847   1 — 2
            84777  |9
0           844              3
            8

(11          (13         (19
 7            9           4
0 — 4       2 — 3      11 — 8
 7            9           4
```

Alia diuisionis formula.

Diuisorem diuidendo subscribe, primam scilicet illius primæ huius & secundā secundæ, atq; sic deinceps ut in multiplicatione fieri consueuit, ductis posthac inter diuidendum & diuisorem propositos duabus lineis, expendatur quoties diuisoris ultima in ultima siue penultima diui- dendi

dendi haberi possit, & hunc numerum inuentum, numero sub quo inuenitur inter duas lineas subscribe, eoq; in omnes diuisoris figuras ducto, qui producuntur eos ordine a diuidendo subtrahe. Cæteraq; omnia ut prius.

Nos aliquanto breuius, q̃ par est, negocium describimus, rem ipsam exemplis, potius q̃ multis uerborum ambagibus traditori.

	21		25
	75		386
	2535	41	1498
	4680 Residu	894	28152
	100020 us	13102	849161
diui	479864	85760	5775884
	1266 Exiens	884	723
Diuisor	379	94	7981

```
                  1
                 162
                 435
                 748
                 811                Residuus numerus
                 17237               137214249
              17545O8
              5495971
             90013442
            1011941781
           19192858852
           98989964165
           797970355384
          18181821399102
         184818182206273
         5555555554125464
         91919191919191919 Diuidendus
         478947370        Exiens
                  191919191 Diuisor
```

```
  (7        (11       (13       (19
   2          7         9        17
2 — 6     2 — 0     9 — 5     1 — 9
   2          7         9        17
                              Minimum
```

Minimum omnium pondus est hordei granum, horum 20. scrupulum constituunt, scrupula 3 drachmam, drachmæ 8 unciam, unciæ uero 12. libram faciunt. Quærit hordei grana quadringenties uicies centena, octingenta & triginta septem millia noningenta & quinquaginta septem quot faciunt libras, & deinde residuas uncias drachmas et scrupula.

Facit li. 7437. & resi. un. 1. drach. 5. scru. 2 & gra. 17.

```
4 1
6 6
2 1 1 8
2 5 3 2 2        3
5 9 1 3 1 3      4 5         1
4 2 8 3 5 9 5 7 . 8 3 7   3 5 7 . 5 7 grana.
7437 li.     1 un.     5 dr. 2 scr.
     5760    480       60    20
```

Nam tot grana hordei librã faciunt Tot uero unciam & tot tot deĩde drach. scrupulũ

Commo-

Commoditatem diuidendi iuxta hanc formulam, in hoc & similibus exemplis perspicere poteris. Nam huiusmodi exempla per hanc diuidendi formulam non solum angustiori spacio, uerum meliori etiã ordine, q̃ per alterum priorem absoluentur.

De radicum extractione ca. VI.

Omnis numerus potest esse radix quadrati, cubici uel alterius etiam appellationis numeri, non tamen contra, omnem numerum quadratum aut cubum esse conueniet. Hoc testatur Euclides multis in locis, tum etiam in libro nono propositiõe uero 8, ubi dicit, Si ab unitate quotlibet nũeri ordine proportionales fuerint, tertius quidem ab unitate est numerus quadratus, & uno deinde semper omisso, reliqui omnes, quartus uero numerus cubus est, & duobus omissis, reliqui omnes, septimus deinde numerus quadratus simul & cubus est, & quinq; omissis reliqui. Et quia hæc Euclidis propositio

eodem

eodem in loco sic se habere demonstratur, turpe fuisset profecto, uiro tam bene de mathematicis disciplinis merito dicere, Tertium ab unitate, ac deinceps uno semper omisso: reliquos omnes quadratos esse, si omnes simpliciter quadrati essent numeri. Sed sit sane, Euclidis propositionem non eo tendere, neq; etiam id prę se ferre, illos uidelicet tamen quadratos, uel cubicos numeros esse, uerum unumquemq; numerum esse huiusmodi. Erit igitur quorumlibet duorum numerorum proportio quæ est quadrati numeri ad quadratum numerum, duo etiam numeri in dupla proportione positi, ad se ut quadratus numerus ad quadratum numerum habebunt. Et quia quadratum diametri ad suæ costæ uel radicis quadratum, ex penultima propositione primi Euclit in dupla proportione est, erit etiam illius ad huius proportio ut quadratus numerus ad quadratum numerum, atq; sic etiam ex secunda parte nonæ propositionis decimi Eucli: cum suá costa longitudine commensura-

bilis, quod nemo unquam philosophorum ad misierit. Secunda autem huius propositio- nis pars est. Quadrata quorum proportio inter se est ut quadratus numerus ad quadratum numerum, latera habent longitudine commensurabilia. Quæ cum ita sint, iam nemo negare poterit, illos solos numeros, quos propositio 8. noni Eucli: notauerat quadratos & cubicos numeros esse. Atque ex hoc sequitur, hic non cuiuslibet numeri propositi radicem quadratam uel cubicam quæri, cum non quilibet, ut modo ostensum est, habeat, sed quæri tantum numerum, qui sit aut propositi numeri radix, si ipse est quadratus uel cubus, aut maximi quadrati uel cubi, qui in proposito numero continetur.

Sequitur exemplum propositionis 8 libri noni Euclidis in proportione.

	Dupla		Tripla	
Quadra:	4096	&	531441	Cu-
	2048		177147	bus
qua:	1024		59046	
	512	cubus	19683	
quadratus	256		6561	
	128		2187	
Quadratus	64	&	729	Cu-
	32		243	bus
quadratus	16		81	
	8	cubus	27	
Quadratus	4		9	
	2		3	

Vnitas

Radix itaq; est numerus, ex cuius multiplicatione quadratus, cubus uel alia quãtitas, quæ numero sunt infinitæ producitur. Dicitur a geometris Latus uel Costa

Quadratus, est numerus qui producitur ex multiplicatione alicuius numeri cū seipso, ut 9 est numerus quadratus, cum producatur ex ternario tanquam sua radice cum se ipsa multiplicata, sic 64 quadratus est, atq; sua radix 8. Item 59049. quadratus radicem habet 243.

Cubus, est numerus qui producitur ex multiplicatione alicuius numeri cum suo quadrato, ut 27 est cubus, quandoquidem ex ternario cum suo quadrato numero, qui est 9, multiplicato, producitur. Item 512 est cubus, quadratus uero 64. & radix 8. Similiter 14348907 cubus est, quadratus 59049. & radix 243.

Nunc quomodo propositi numeri radix haberi posſit docebimus, ac primum quidem numeri quadrati.

Numeri propositi, cuius radicem quadratam desideras, figuram primam, deinde tertiam, posthac etiam quintam atq; omnes

omnes alias sequentes, unam semper prę-
tereundo, punctis signa. Semicirculo de-
inde, ut in diuisione edoctus es, dextro
lateri apposito, uide cuiusnam maximi
numeri quadratum figurę sub ultimo
puncto una cum sequenti (si qua est si-
nistrum uersus) quantitate uicinius sit.
Hoc cognito, numerum illum inuentum
qui radix appellatur, extra semicirculum
notabis, quadratum uero ipsius a figura
sub qua numerus ille inuentus est, subtra-
hes. Deinde, cum quadratum gnomone,
quem duo supplementa & quadratulum
constituunt, crescat uel augeatur, ut uo-
lunt Geometræ, huius inuentæ radix uel
numeri duplum accipe, atq; id diuisoris
loco, sub proxima figura in numero pro-
posito, cuius radicem desideras scribe, pri-
mam uidelicet diuisoris huius sub primam
immediate precedente punctum, secun-
dam uero, si duabus figuris scribitur, sub
puncto, & uide quoties illud duplatum
in suprascriptis figuris haberi queat, sic ta
men, ut cum subtraxeris multiplicationis
productum ex numero inuento cum di-

uisore, ut fieri solet numeri etiam inuenti quadratum, quod ad completionem superiorum, ut dictum est, plane requiritur, a numero sub puncto per auxilium precedentis subtrahi possit. Hunc numerum inuentum ascribe ad priorem qui est extra semicirculum, atq; per eum exeuntis more omnes diuisoris iam positi figuras multiplica, productis deinde numeris à suprapositis figuris subtractis, quadratum etiã postea numeri inuenti a figura sub puncto incipiendo subtrahe, & residuis seruatis, figuras a quibus subtractio facta est omnes cancellabis, hoc est, uirgula ut moris est notabis. Hoc facto totius radicis duplum cape, atq; eo sub proxima figura post, punctum posito uide ut supra cuius nam maximi numeri quadratum a superioribus subtrahi possit, quo reperto, cum hoc ita ut cum superiori operaberis. Non aliter cum tertio numero atq; secundo (si modo opus habueris) iam inuento agas. Huiusmodi autem numeri inuentio & alia, toties fieri solent, quoad inuēta radix uel numerus tot habeat figuras quot propositus

positus numerus punctis distinguebatur. Quod si facta iam ultima subtractione numerorum ex multiplicatione radicis cum duplatæ radicis numeris, simul & a se ipso productorum, nihil residui manserit, scias iam, ipsum numerum propositũ esse quadratum, atq; eius radicem numcrum modo inuentum.

Exempla extractarum radicum de numeris quadratis.

Primum	Secundum
41	114
qua: 4096 (ra: 64.	qua: 7569 (ra: 87
12	16
48	112
16	49

 Tertium

Tertium	Quartum
1288	1 0
481636 (694	262144 (512
12	10
108	10
81	1
1168	101
138	102
552	204
16	4
5536	2044

Quintum		Sextum	
2		1	
13460	3	15 424 3	8
105885 16	2	792580673 29	9
6	5	16	0
12	4	144	2
			7
4		81	
124		1521	
64		178	
320		1780	
25		3560 4	
3225		35604	
650		17804	
2600		124628	
16		49	
260016		1246329	



Examen huius tractationis de numero quadrato.

Quadratus numeri, qui est maior ꝙ sint decem, colligitur ex quadratis figurarum illius numeri, & ijs qui producuntur ex multiplicatione singulorum præcedentium cum omnium sequentium duplis. Hæc est in primo demonstratę arithmeticos propositiõe 32. & probæ operationis in extractione radicis quadrati numeri quasi argumentum.

Sequitur exemplum huius proportionis.

8
Numerus quadratus 1444 (cuius ra:38 colli-
6
———
844

gitur { ex quadratis figurarum { 30 / 8 } qui est { 900 / 64 }
& 8 cum 60 multiplicatis 480
nam hi simul collecti, 1444
cõstituunt, & tantus etiam erat quadratus propositus.

Aliud

Aliud exemplum propositionis.

x
x6 2 9
Nūerus qua:8 0 4 6 0 9 (cuiꝰ ra.q̄ 897 colli
1 6
x 9 2 x
178
x 2 9 0 9

gitᷣ ex q̄dratis figurarum 800, 90, 7 qui sunt 640000, 8100, 49
& 90 cum 1600, 7 cum 1600, 180 multiplicatis 144000, 11200, 1260

804609

Aliud

Aliud exemplum.

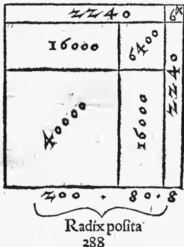
```
          1
        5 0 6   8
Nūerus qua 6 9 9 5 6 4 9 6 | 8   colligi-
          1 6              | 3
          4 8 9            | 6
         -------           | 4
          1 6 0
          9 9 9 6
         ---------
           1 6 7 2
           6 6 8 9 6

           ⎧8000       64000000
           ⎪ 300          90000
  ⎧ex qua:fi⎨  60 qui sunt  3600
-tur⎨      ⎩   4              16
  ⎩

  ⎧300   ⎧16000         ⎧4800000
&⎨  60 cū⎨16600 multis:⎨ 996000
  ⎩   4  ⎩16720         ⎩  66880
Summa productorum       ---------
                         69956496
```

Licet propositio hæc satis declarata sit his iam positis exemplis, placet tamen hanc.

hanc geometrica etiam figura demonstrare, ne quis aliunde hoc petere cogatur.



Quadrata figurarum radicis singula una cum supplementis in unum collecta 82944 perficiunt, Et tantus est etiam quadratus numeri uel radicis positæ, quod multiplicatione huius in se clare patebit.

```
  288
  288
 2304
2304
576
82944
```

Sequuntur nunc exempla numerorum non quadratorum, in quibus radix eodem modo quo in ipsis numeris quadratis quæratur, uerum inuenta, non numeri propositi sed maximi qui hoc numero continetur quadrati radix erit. In huiusmodi autem numeris non quadratis, cum semper, postq̃ ultimam subtractionē perfeceris, aliquid tibi residui maneat, huius denominationem quæras oportet, idq; hac ratione. Dupla radicem inuentā, & producto adde unitatem, & habebis denominationem utcunq; atq; proximā. Nam qui sic, quemadmodum 33. secundi demonstratæ incerti autoris arithmetices propositio testatur, prouenerit numerus, eum maximo in dato numero comprehenso

ſo quadrato ſi addideris, proxime maiorem quadratum habebis, Ipſa igitur ſumma, reſiduus numerus maior ſi fuerit, non maximi quadrati radicem te inueniſſe ſcias Denominatione itaq; reſidui inuenta, ſub hoc illam, uirgula interpoſita ponas, atq; id totum radici inuentæ adiungas, & habebis radicem.

Huius exempla ſunt.

Primum

1
1443
7887 (88 $\frac{143}{177}$
16
1344

Secundum

1
973
9009 (94 $\frac{173}{189}$
18
736
339

12
156500
798649 (893 $\frac{1200}{1787}$
16
1521
178
8349

3142280
7984605 (2825 $\frac{3980}{5651}$
4
384
56
1124
564
28228

8 5
1 3 7 0 2 4
2 6 4 3 4 1 9 1 2 8
9 8 7 6 8 0 5 6 7 8 9 (314269 $\frac{52428}{628539}$
6
61
6 ..
[illegible]
628
1 2 8 6 4
6284
3 7 7 0 7 6
62852
5 6 8 6 7 6 1

Cæterum tam ad hæc quæ expoſuimus, quàm ad ea que mox exponentur commodius peragenda, plurimum proderit numerorum qui decade minores ſunt, & quadratos & cubos memoriæ commendare, in cuius gratiam hanc tabulam ſubiecimus.

	2		4		8
	3		9		27
	4		16		64
Illius nũeri	5	*quadratus*	25	*cubus uero*	125
	6		36		216
	7		49		343
	8		64		512
	9		81		729

De radice cubica inuenienda.

Non admodum diuersa ratio est inquirenda radicem cubicam atq; quadratam. Nam quemadmodum in quadratis prima, & deinceps semper una intermissa, reliquæ omnes punctis notabantur, sic in cubicis numeris duabus semper preteritis, reliquas cum prima omnes notabis. Semicirculo deinde adhibito, quære sub ultimo puncto numerum, & maximum quidem, cuius cubus a figura sub puncto & sequentibus subtrahi possit, numeroq; illo extra semicirculum notato, cubum ipsius a propositi numeri figuris sub puncto

illo

illo incipiendo ſubtrahe. Hoc facto huius numeri inuenti quadratum accipe, atq; ipſius triplum, ſub proxime punctum ſequente figura dextrum uerſus ponas, radicis uero triplum ſub hanc ipſam prius punctum figuram ſtatim inſequente. Quibus ſic ordinatis, numerum alium ſimiliter maximum quærere, quem inuentum primum cum triplo quadrati iam poſito, deinde huius inuenti quadratum cum triplo radicis, tum demum eundem inuentũ cum ſuo ipſius quadrato multiplicabis. Producentur autem tres numeri, qui collecti, ſummæ ſuperiorum propoſiti numeri figurarum, quoad fieri poteſt accedere debeaut. In hac autem numerorum collectione obſeruabis, ut ordine quo ipſi proueniunt, cuiuſq; ſecundam eius qui ſe proxime præcedit numeri figuræ primę, & reliquas deinde reliquis addas, & collectum poſthac penultimo ſub puncto incipiendo, ſingulas huius a ſingulis propoſiti nnmeri figuris ſubtrahas. Quod ſi & tertius tibi quærendus fuerit numerus, (id quod propter figuras fortaſſis numeri

tui propositi adhuc intactas, accidere poterit) rursus ut prius, radicis quadratum accipies, atq; ipsius triplum deinde unà cum triplo radicis, ut modo fecisti ordinabis, ac tertium deinde ut secundum quæres atq; etiam tractabis. Hæc autem, de numero scilicet inueniendo alijsq; iam dictis te toties repetere oportebit, quot in proposito numero punctos inueneris. Et si post ultimam subtractionem summæ productorum a superioribus, nihil relinquetur, numerum propositum, Cubum, inuentum uero, huius cubi radicem esse dices.

Exempla extractarum radicum de numeris cubicis.

Primum

46
Cu. 262144 (ra. 64
108
18
432
288
64
26144

Secundum

146
cu. 658503 (ra. 87
bus 192
24
1344
1176
343
46503

Tertium.

8
1 1 8 7 4 6
3 3 4 2 5 8 3 8 4 (6 9 4
1 0 8 quadrati triplu
1 8 radicis
1 1 2 5 0 0 ex multiplicatio
triplũ ∫qua: 1 4 2 8 3 (mul ca
∫radicis 2 0 7
5 7 4 6 3 8 4 Summa p
ctorum ex multiplicatione quæ a fu
ribus ſubtrahi debet.

Quartum Qui

1
9 5 6 6
cu: 1 3 4 2 1 7 7 2 8 (ra:512
7 5
1 5
7 6 5 1
7 8 0 3
1 5 3
1 5 6 6 7 2 8

. 1 1 2 6
7 6 8 7 9 0 6
cu: 3 4 4 8 5 0 3 1 0 9 4
2 7
9
5 7 6 8
3 0 7 2
9 6
1 5 6 0 1 2 5
3 1 6 8 7 5
9 7 5
1 2 6 9 0 6 6 0 4

Sextum exemplum.

```
       66
   193141428854                    | 8
Cu.705610795662683                 | 9
bus  192                           | 0 radix
       24                          | 2
   192969                          | 7
     23763
        267
       0
     2376300
         2670
     47536680 8
      2377368 12
            26706
      166428874683
```

Subſcripſimus hoc loco ſententiam propoſitionis 39. libri primi arithmetices demonſtratæ, quę talis eſt.

Omnis

Omnis cubus cuius radix plures q̃ unam figuram habuerit, colligitur ex cubis figurarum suæ radicis, & ijs quæ fiunt ex qualibet præcedente cum omnium sequentium triplis, & deinde ipsis sequentibus cum producto multiplicatis.

Quod cum ita in numero proposito euenire uideris, intelliges te uera ratione in radice cubica exquirenda uersatum esse, quemadmodum in subiectis exemplis poteris contemplari.

27

Nũerus cubus 54872 (cuius ra:38. colli

27

9

27872

gitũ ex cubis figurarum { 30 / 8 } qui sunt { 27000 / 512 }

& 8 cũ 90. 720 cũ 38 multi 27360

Nam hi simul collecti cõstituũt 54872

Et tantus etiam fuerit cubus propositus

16
209 68
Nu:cu:721734273 (cuius ra:cu:897 colligitur
192
24
192969
23763
267
16765273

ex { Cubis figurarũ { 800, 90, 7 } qui sunt { 512000000, 729000, 343 }
& { 90 cũ 2400. 216000 cũ 890.
7 cũ { 2400. 16800, 270 1890 } cũ 897 { 192240000, 15069600, 1695330 }

Summa productorum 721734273
cubo scilicet proposito æqualis

Exemplum

Exemplum autem propositionis 39 tale ponimus.

40001688 Triplũ c9
27 | cbacũb4Tri: cb 102
64 8 | 342 36
1224 cum a 2
69768 34 204.
1224 342
69768
b in triplũ 27064008
1440000
10800000
b40
36000
cba c3000
40001688 342 c300 612000
Cuius ra: cubica b40 in 2040. 81600
constat ex a 2 4080

Cæterum

Cæterum quoniam, quemadmodum non omnis numerus eſt quadratus, ita nec cubicus quidem. Ideo ultima productorum numerorũ ſumma ſubtracta, interdum aliquid relinqui neceſſe eſt. Siquidem ex eo cubicus nec ne propoſitus numerus ſit, cognoſcitur. Huius autem reſidui denominationem hoc modo inuenies. Radicem inuentam nec non & radicis inuentæ quadratum, quodlibet ſeorſim tripla, & ꝑductos deinde nũeros una cum unitate collige, & habebis reſidui denominationem, cum qua ut in quadratis agas oportet. Hoc autem ſic eſſe, cerni poteſt in propoſitione 34 ſecundi arithmetices demonſtratæ, quam hic ſubſcriptam uides.

Omnis cubus, addit ſuper proximũ minorem cubum, numerum congregatum ex quadratis amborum & numero producto ex multiplicatione radicis unius cum radice alterius.

Huius

Huius exempla sunt.

Primum

```
      169143
Nu:ppo: 6816158(88 143/23497
      192
       24
      169472
```

Secundum

```
      101173
  8307587(94 173/26791
      243
       27
      101504
```

Tertium

```
 7     1          | 8
200  54200        | 893
712212318 57      | 22295
192               | 1200
 24               | 027
192969
 23703
   267
715295 57
```

quartum

```
     19     3           | 2815
14193501980             | 22295
2254526960 5            | 3980
 12                     | 0351
       6
  13952
   2352
     84
 473768
  238572
     846
 1194976 258
```

Quintum

2
206 6
1 79469578 52
4247635867803428
31038779155579537
27

9
2791
2883
93
1168144
295788
942
59195288
29616492
9426
17773288776
2962780428
94278

2666578751109

3 1 4 2 6 9

2962759 $\frac{52428}{5578891}$

Atqꝫ hæc exempla pro declaratione extractionis radicum tum quadratæ tum etiam cubicæ sufficiant. Quem-

Quemadmodum autem numeros unitatis accessiõe in infinitũ crescere nemini dubium est, sic quantitates quoque, quarum radices quæruntur, ex ipsius radicis multiplicatione aliam post aliam producis cias. Quoties enim numerus uel se uel alium multiplicat, quantitas producitur, quæ quidem si cum se multiplicatus fuerit numerus ille, quadrata siue numerus quadratus erit. Hunc quadratum nũc cum primo numero si multiplices, aliam quantitatem habebis, cubicam scilicet, cũ hac postea eodem numero multiplicato, adhuc aliam produci uidebis. Atque sic quandoquidem multiplicatio numeri primo sumti cum ultimo producto semper repeti potest, quælibet item multiplicatio diuersam a prioribus quantitatem producat, ipsas numero infinitas esse necessario sequitur. Res cum ita se habeat, quo melius quelibet, ab alia discernatur, naturali numerorum ordine eas appellabimus. Prima itaq; sit, quæ prima & una multiplicatiõe nũeri cuiuscunq; (quem similitudine quadã Radicem nominare licet) cum

se

ſe multiplicati, producetur. Huius numerus, Quadratus dicitur. Secunda uero, quæ producetur multiplicata prima quantitate cum numero illo uel radice iam ſumta. Atq; hæc cubi nomen habet. Tertiam deinde habebis, radicem cum ſecunda quantitate multiplicando. Atq; ſic ordine, quarta, quinta, ſexta & reliquæ omnes naſcuntur. Sed ex his de quadrati numeri atq; etiam cubici tantummodo radice extrahenda edoctus in ſuperioribus fuiſti, quod hæ reliquis crebrius occurrant. De aliis cum earum uſus ſe offeret, etiam nõnihil dicemus.

De progreſsione ca: vij

Progreſſionum, quas Boetius Medietates uocat, alia eſt arithmetica alia deinceps harmonica. Arithmetica eſt plurium numerorum ſecundum æquales exceſſus continuatio. Horum omnium ſumma, eſt numerus qui fit, uel ex multiplicatione aggregati de primo in ſerie numerorum ad ultimum in eadem cum numero qui eſt dimidium numerorum in propoſita ſerie.

Vel

Vel ex multiplicatione numeri totius seriei cum dimidio aggregati ex primo & ultimo.

Sequuntur exempla.

Primũ	Se:	Ter:	Quar:	Quin:	
8	15	11	32	26	
7	13	10	28	23	
6	11	9	24	20	
5	9	8	20	17	
4	7	7	16	14	
3	5	6	12	11	
2	3	5	8	8	
1	1	4	4	5	
8	15	11	32	26	Vltimus
1	1	4	4	5	primus
9	16	15	36	31	aggrega
medietas 4	4	4	4	4	
seriei 36	64	60	144	124	Summa omnium numerorum.

Vel

Vel sic per regulam secundam

	8	15	11	32	26	Vltimus
	1	1	4	4	5	Primus
	9	16	15	36	31	Aggrega
Aggre	4½	8	7½	18	15½	tus
medie	8	18	18	28	28	Nũerus
tas	36	64	00	144	124	feriei

Regulas quibus numerorum arithmeticæ progressionis summa indicatur duas præscripsimus, ut si alter illorum, siue collectus ex primo & ultimo, seu is per quem Arithmeticæ progressionis loca assignantur impar fuerit, fractio, cuius nulla adhuc facta est mentio, uitari possit, quapropter cum alterius utrius, quem parem esse uideris, medietate imparem semper multiplicabis. Cuiusque enim numeri medietas cum altero integro si multiplicetur, progressionis summa semper ueniat necesse est.

Geome-

Geometricam & harmonicam progreſſiones, quoniam in ambabus proportionum cognitio requiritur cum ad illas peruenerimus, declarabimus.

Finitis iam ſpeciebus de integris, alteram earum probationem aſcribere libuit, cum quod omnium certiſſima ſit, tum etiam quod hac ſingulæ ſpecies repetitione quadam ad memoriam, ſi quid forte exciderit, reuocari poſſint.

Probatio additionis.

Additio ſubtractatione probatur. Subtractatis enim ordine numeris quos addideras ab additorum ſumma, ſi nihil reliqui fuerit, ſcias te bene operatum. Sin quid relinquetur, iterato labore opus erit.

Mũeri addẽdi	79284	548625
	7389	279843
	5403	87942
Sũma additiõis	92076	916410

Vt

Vt probetur hoc, ſubtrahe a ſumma additionis ſingulos numeros additos ordine, ſic.

Summa	92076	additionis	916410
	72076		548625
	12792		367785
	7389		279843
	5403		87942
	5403		87942
	0		0

Et quoniam ultimi additi numeri ſubtractione facta, nihil relinquitur, cum iam partes ipſę ſuum totum quod colligendo conſtituerant, denuo etiam cõſumpſerint abijciendo, recte te operatum ſcias.

Subtractionis.

Vtrum etiam bene uel male ſubtraxeris, additione experiri poteris, Nam ſi ſubtractum reſiduo ſub linea addideris, tota ſumma eius a quo ſubtractio facta eſt, redeat oportet. Sin ſecus, erraſſe te ſcias.

Nũerus	a q̃ ſubtrahiť 700854	probatur	additiõe ſic	reſiduus 6020
	qui ſubtrahiť 98762			qui ſubtra 987
	602092			Summa 70085

reſidiens, numero ſcilicet a quo alter ſubtrahebat æqualis.

Multiplicationis.

Multiplicationis iam probatio ſic hal tur. Diuidatur numerus ex multiplicati productus per utrumuis ex prioribus; ueniet alter, ſi modo non erraſti.

Multiplicandus	9864
Multiplicans	798
	78912
	88776
	69048
productus	7871472

Diuiſor nūme rus multiplicās.	Diuiſor nume rus multiplicatus,
	6
3	78
1593	1898
6211	9549
78763	06623
158909	152991
7871472 & redit	7871472
9864 multiplicādus	798 multiplicans
798	9864

Diuiſionis.

Diuiſonis uero probatiònem ut habeas, multiplica exeuntem cum diuiſore, producto poſthac reſiduo, ſi quod fuerit, addito, habebis diuidendum.

diuiſor cū 4670
4 exeunte 208 multipli
5 3736 candus
495 9340
15103 produ 971300
975898 Cius reſiduū 4538 addito
208 exies ueniūt 975898 Et tāta
Diuiſor 4670 erat etiam ſumma quare bene operatum.

Ex

Extractionis radicum.

Multiplica radicem inuentam secundum quantitatis appellationem in se, ac producto postſhac residuus, si quis fuerit, numerus additus, perficiet numerum cuius radicem desiderabas,

Exemplum de numero quadrato, uel radice quadrata.

```
1
1455
956484 | 978
18
1300
 194
15584
```

Probatur aũt multiplicatione radicis in se semel quadrate hoc modo

```
   978
   978
  ----
  7824
 6846
8802
------
956484
```

Et tantus erat etiam quadratus numerus propositus.

Aliud exemplum.

```
                         993
                         993
                        ----
                        2979
                       8937
                      8937
                      ------
    6          Proba  986049
 171505 | 9             1605
 987654 | 9           ------
 18     | 3           987654 Nūe
 ------
 1701
 ------
 198
 ------
 5949
```

rus scilicet, cuius radicem quadratam quesiueras.

Exemplum

Exemplum de radice cubica.

```
22
206768
935441352 | 978
243
27
183673
28227
291
22768352
```

Probatur autē multiplicatiōe radicis cubice uelbis, cū sit secunda quantitas hoc modo.

```
        978
        978
       7824
      6846
     8802
     956484
        978
    7651872
   6695388
  8608356
  935441352
```

Et tantus erat cubus propositus.

Aliud exemplum.

```
1 5   8
9 1 6 7 7 4 8 2 | 9
8 2 0 0 3 4 3 3 8 | 3
2 4 3           | 6
    2 7
7 5 3 5 7
  2 5 9 4 7
      2 7 9
1 5 6 6 8 8 5 6
```

```
          9 3 6
          9 3 6
    -----------
    8 7 0 6 9 6
          9 3 6
8 2 0 0 2 5 8 5 6
        8 4 8 2
-----------------
8 2 0 0 3 4 3 3 8
```

Et tantus erat etiam numerus ppositus.

Progressionis.

Cum in Progressione (licet alio modò) quemadmodum in additione numerorum summa quæratur, si ut nihil in effectu discriminis in his esse uideatur, nec probationẽ quidem huius ab additionis proba diuersam facere placuit. Sed quemadmodum in additione, sic etiam & in progressione, omnes tuæ progressionis nũeros ab illorũ summa subtrahe. Quod si hoc facto nihil relinquitur: bene operatus es.

Progreſſionis ſumma.

		120
		21
		99
		19
21		80
19		17
17		63
15		15
		48
13		13
11		35
		11
9		24
7		9
5		15
		7
3		8
24	10	5
5	12	3
Su: 120 uel	120	3

manet o probæ operationis ſignum.

Et hæc sunt optime lector, quę tibi de integris communicare uoluimus, de duplatione porro & Mediatione, cum illa multiplicationis, hæc uero diuisionis pars sit, scribere quicq̃ necesse non fuit.

Sequitur de proportionibus tractatus secundus.

Quantum difficultatis proportionum ignorantia pariat, quantum item ad ea, quę in Mathematicis disciplinis passim occurrunt, intelligenda tradendaq́; earũ scientia afferat momenti, omnibus fere mathematicæ studiosis constat. Quare tibi studiosa iuuentus, quo te illa de diuersis autoribus conquirendi labore & molestia leuarem, tuorumq́ studiorum conatui succurrerem, hoc de proportionibus tractatu utcunq; conscripto deesse nolui, tuarum iam partium erit, eam non modo ad librorum tuorum suppellectilem collocare, sed etiam in hoc cum aliis te exercere. Vnde quid fructus ad te redi-

turum

turum ſit, malo re ipſa te experiri, quam prædicare uerbis.

De definitionibus caput primum.

Proportio eſt duarum eiuſdem generis quantitatum, alterius ad alteram habitudo. Ex hac definitione habes, duas in proportione quantitates uel numeros, nã de his nunc loquimur, eſſe neceſſarios, quorum alter, antecedens uel dux, alter conſequens uel comes appellatur. Dicunt autem hi duo numeri proportionis termini ſeu radices.

Antecedens, eſt numerus qui præcedit, uel qui confertur ad alium. Conſequens, eſt numerus qui comitatur, uel ad quem fit collatio.

Denominatio uero proportionis, eſt numerus per quem proportio propoſita aſſignatur, atq; exprimitur. Hanc autem manifeſtat unius terminorum in alterum diuiſio. Vel idem ut certius & exquiſitius

tradamus denominatio proportionis maioris quidem numeri ad minorem, est totum, totum & pars uel totum & partes prout maior numerus minorem excedit.

Minoris uero numeri ad maiorem, est pars, uel partes quæ in maiore sunt.

Exemplum primę partis in qua maior est minoris.

Totũ Totũ & pars Totũ & partes

ut { 7 / 16 / 35 } ad { 1 / 4 / 7 } 4 / 9 ad / 9 { 3 / 8 / 4 } 5 / 8 ad / 15 { 3 / 5 / 4 }

Exemplum secundæ partis, in qua minor est maioris.

Pars Partes

2 / 8 ad / 9 / 6 { 4 / 24 / 36 / 42 } nempe { me: 2 / 3 pars 5 / 4 4 / 7 8 } aduel respect. 3 / 8 / 13 / 27 sũt { duæ tertiæ / quinq; octo / duæ quatuor13mæ }

octo uigesimæ 7

Partes

Partes autem uocamus numerum inter duos minorem, per quem maior propositus diuidi non potest. Vt 2 sunt partes quinarij, duæ quintæ Item 7. sunt partes nouenarij, septem nonæ respectu uero 13 sunt septem tredecimæ.

Quantitates uel termini proportionis inter se relati, cum iam sint inter se æquales, iam uero inæquales, apparet, proportionum aliam esse æqualitatis, aliam uero inæqualitatis.

AEqualitatis proportio, est cum numeri uel quantitates inter se sunt æquales Vt cum referimus 6 ad 6, 24 ad 24, uel 369 ad 369, est proportio æqualitatis, Hæc autem simplex & indiuidua est, & inæqualitatis fons atque origo.

Inæqualitatis uero proportio, est cum numerus uel quantitas refertur ad numerum uel quantitatem, se uel minorem uel maiorem, ut 7 ad 3, 9 ad 11, uel 48 ad 59 & si quid est huiusmodi.

Nunc

Nunc quoniam inæqualitatis proportio, ut ex definitione apparet, maiorem quantitatem uel numerum iam confert ad minorem, iam uero minorem ad maiorẽ, alia ex hoc sequitur distinctio, illa scilicet, quod proportionum inæqualitatis alia sit maioris, alia uero minoris inæqualitatis. Est itaq; Maioris inæqualitatis proportio, cum maior numerus refertur ad minorẽ ut 6 ad 5, 8 ad 3, 13 ad 4, 24 ad 8 &c.

Minoris uero, cum contra minor refertur ad numerum maiorem, ut 5 ad 6, 3 ad 8, 4 ad 13, 8 ad 24 &c.

Proportio deinde maioris inæqualitatis subdiuiditur in genera quinq;, quorum unum uocatur multiplex, aliud superparticulare, tertium superpartiens. Atq; hæc tria genera uocantur simplicia, ex quibus postea componuntur, quartum multiplex superparticulare scilicet, & quintum quod est multiplex superpartiens.

Sequitur

Sequitur nunc uniuſcuiuſq; generis ſua quæq; deſcriptio, uno atq; altero exemplo adiuncto.

Proportio maioris inæqualitatis generis multiplicis, eſt cum in collatione duorum numerorum maior continet minorem aliquoties, ita quidem ut ipſe ſit maioris pars. Quid autem pars ſit ab initio primi tractatus, in numerorum diuiſionibus dictum eſt.

Huius ſpecies ſunt.

Dupla		2	Quincupla		5
tripla	ut	3 ad unũ	ſexcupla	ut	6 ad 1
qudrupla		4	ſeptemcupla		7

Decupla		10	40	4
triginta ſeptẽcupla		37	259	7
ſeptuagintacupla	*ut*	70 *ad unum*	630 *ad*	9
Centupla		100	500	5

Proportio maioris inæqualitatis generis ſuperparticularis, eſt cum in collatione minor numerus, & eius una pars continetur in maiori ſemel.

Huius ſpecies ſunt.

Seſqui	*altera*	*ut* 3	*ad* 2		
	tertia	4	3		
	quarta	5	4		
Seſqui	*quinta*	*ut* 6	*ad* 5		
	ſexta	7	6		
	ſeptima	8	7.		

Seſqui	*Decima*	*ut* 11	*ad* 10
	trigeſi:7 ma	38	37
	ſeptuageſima	71	70
	Centeſima	101	100

Proportio maioris inæqualitatis generis ſuperpartientis, eſt cum minor numerus & aliquot eius partes continentur in maiori ſemel.

Hoc

Hoc proportionis genus ſpecies habet.

	tetias	5		3		quar:	7		4
Superbi	quin:	7	ad	5	Superipar	quin:	8	ad	5
partiens	ſepti:	9		7	tiens.	ſepti:	10		7
	Nonas	11		9		octa:	11		8

						Sextas	11		6
	quin:	9		5		ſepti:ut	12	ad	7
Super=	ſepti:	11	ad	7	Super=	octauas	13		8
quadri:	Nonas	13		9	quinti	Nonas	14		9

Superſextipartiens ſeptimas ut 13 ad 7.

Proportio maioris inæqualitatis generis multiplicis ſuperparticularis, eſt cum maior numerus continet minorem aliquoties cum una eius parte.

Septies

Species ſunt.

Dupla		5
tripla		7
quadrupla		9
quincupla		11
ſexcupla .		13
	ſeſquialtera ut	ad duo
ſeptemcupla		15
decupla		21
triginta ſeptēcu:		75
ſeptuagintacupla		141
Centupla .		201

Dupla		*7*	*Dupla*		*9*
tripla		*10*	*tri:*		*x3*
quadru:		*13*	*qua:*		*17*
quincu:		*x6*	*quin:*		*21*
ſexcu:	*ſeſqui*	*19*	*ad 3 ſexcu*	*ſeſqui*	*25* *ad 4.*
ſeptem:	*ter ut*	*22*	*ſept:*	*quar: ut*	*29*
Decu:		*31*	*Decu:*		*41*
triginta: ſep:		*x12*	*trigin ſep:*		*x49*
ſeptuagintacu		*211*	*ſeptuagin:*		*281*
Centupla		*301*	*Centupla*		*401*

Dupla

Dupla		17		$2\frac{1}{8}$
tripla		25		$3\frac{1}{8}$
quadrupla		33		$4\frac{1}{8}$
quincupla		41		$5\frac{1}{8}$
ſexcupla		49	Conſe	$6\frac{1}{8}$
ſeptemcu:	ſeſquioctaua ut	57	ad 8	$7\frac{1}{8}$
Decupla		81	quens.	$10\frac{1}{8}$
triginta ſep:		297		$37\frac{1}{8}$
ſeptuagint:		561		$70\frac{1}{8}$
Centupla		801		$100\frac{1}{8}$
		Antecedens.		Denominatio.

Proportio maioris inæqualita-litatis generis multiplicis ſuperpar-tientis, eſt cum minor numerus con-tinetur in maiori aliquoties cum ali-quot eius partibus.

Huius ſpecies ſunt.

Dupla	ſupbipar:	tertias	8	3	$2\frac{2}{3}$
		quint:	12	5	$2\frac{2}{5}$
		ſepti: ut	16 ad	7	$2\frac{2}{7}$
		nonas	20	9	$2\frac{2}{9}$
	ſuptripar:	quar:	11	4	$2\frac{3}{5}$
		quint:	13	5	$2\frac{3}{5}$
		ſeptiãs ut	17 ad	7	$2\frac{3}{7}$
		octauas	19	9	$2\frac{3}{8}$
	ſupq̃dri:	quintas	14	5	$2\frac{4}{5}$
		ſeptim: ut	18 ad	7	$2\frac{4}{7}$
		nonas	22	9	$2\frac{4}{9}$
	ſupquin:	ſextas	17	6	$2\frac{5}{6}$
		ſeptim:	19	7	$2\frac{5}{7}$
		octa: ut	21	8	$2\frac{5}{8}$
		nonas	23	9	$2\frac{5}{9}$
	ſupſexti:	ſepti: ut	20 ad	7	$2\frac{6}{7}$
		octa:	23	8	$2\frac{7}{8}$
		nonas ut	25 ad	9	$2\frac{7}{9}$
	ſuperocti;	nonas	26 ad	9	$2\frac{8}{9}$

Tertias

Tripla	ſupbipar:	tertias	11 3	$3\frac{2}{3}$
		quin:	17 5	$3\frac{2}{5}$
		ſeptim: ut	23 7	$3\frac{2}{7}$
		nonas	29 9	$3\frac{2}{9}$
	ſuptridar:	quar:	15 4	$3\frac{3}{4}$
		quint:	18 5	$3\frac{3}{5}$
		ſeptim: ut	24 ad 7	$3\frac{3}{7}$
		octauas	27 8	$3\frac{3}{8}$
	ſupq̃dri:	quint:	19 5	$3\frac{4}{5}$
		ſeptim: ut	25 ad 7	$3\frac{4}{7}$
		nonas	31 9	$3\frac{4}{9}$
	ſupquinti	ſextas	23 6	$3\frac{5}{6}$
		ſeptim:	26 7	$3\frac{5}{7}$
		octa: ut	29 ad 8	$3\frac{5}{8}$
		nonas	32 9	$3\frac{5}{9}$
	Supſextipar.	ſeptim. ut	27 ad 7	$3\frac{6}{7}$
	ſupſeptipar	octa:	31 8	$3\frac{7}{8}$
		nonas: ut	34 ad 9	$3\frac{7}{9}$
	ſupoctipar:	nonas ut	35 ad 9	$3\frac{8}{9}$

Ante: conſe deno

Quadrupla.	Superbipartiēs	Tertias	14	3	$4\frac{2}{3}$	
		quint:	22	5		$4\frac{2}{5}$
		ſeptim:ut	30 ad	7	$4\frac{2}{7}$	
		Nonas	38	9		$4\frac{2}{9}$
	ſupertripar:	Quart	19	4	$4\frac{3}{4}$	
		quint:	23	5		$4\frac{3}{5}$
		ſeptim ut	31 ad	7	$4\frac{3}{7}$	
		Octa:	35	8		$4\frac{3}{8}$
	ſuperquadripar:	Quint	24	5	$4\frac{4}{5}$	
		ſeptim:ut	32 ad	7		$4\frac{4}{7}$
		Nonas	40	9	$4\frac{4}{9}$	
	ſuperquintipar:	Sextas	29	6		$4\frac{5}{6}$
		ſeptim	33	7	$4\frac{5}{7}$	
		octa: ut	37 ad	8		$4\frac{5}{8}$
		Nonas	41	9	$4\frac{5}{9}$	
	ſuperſextipar:	Septim:ut	34 ad	7		$4\frac{6}{7}$
	ſuperſeptipar:	octa:	39	8	$4\frac{7}{8}$	
		nonas ut	43 ad	9		$4\frac{7}{9}$
	ſuperoctipar:	Nonas ut	44 ad	9	$4\frac{8}{9}$	

Et quoniam numerus, ut etiam ſu- pra indicatum in infinitum creſcit, propor tionum quoq; generum ſpecies infinitas eſſe neceſſario ſequetur. Hæc igitur pro- portiouū per ſpecies denominatio, in ſin- gulis proportionum generibus hactenus recenſitis

recensitis, ad infinitum usq; se extendet. Variatis enim numeris, uariatur & proportio, proportione uero uariata, denominatio non potest manere eadem. Siquidem quæq; proportio suam peculiarem & propriam denominationem habeat, nisi numeri uariantur æque multipliciter, in his enim neq; species neq; ipsum proportionis genus uariatur, sed manet eadem cum prioribus propottionis denominatio qnemadmodum ex 4 propositione secundi capitis huius audietur.

Sequuntur alia in hoc quinto proportionum genere exempla.

Nouencupla superūdecipar	tredecimas $9\frac{11}{13}$	ut	128 — 13
	uigesi: octa: $9\frac{11}{28}$		263 ad 28
	ducē. trige: no: $9\frac{211}{239}$		2151 — 239

Similiter.

Quadragintacupla super { Bi / tri / q̃ dri: / uiginti: / &c. } partiens quadragesimas septimas, uel nonas, quẽadmodũ sequẽtes nũeri ostendent.

$40\frac{2}{47}$ / $40\frac{3}{47}$ / $40\frac{4}{47}$ / $40\frac{20}{47}$ ut { 1882 / 1883 / 1884 / 1900 } ad 47 uel { $40\frac{2}{49}$ / $40\frac{3}{49}$ / $40\frac{4}{49}$ / $40\frac{20}{49}$ } ut { 1962 / 1963 / 1964 / 1980 } ad 49

Multum refert, ut numeri per quos proportio aliqua designatur interse primi sint. Nam sic certius proportionis genus haberi potest. Hoc uero neglecto, potest fieri aliquando, ut quis in exprimendo aliquam proportionem, que fuerit generis superparticularis, eam superparticienti ascribat. Hoc apparet in numeris 6 & 4, Antecedente enim 6 per consequentem numerũ

numerum 4 diuiso, exibit 1 & $\frac{1}{4}$, atq; sic cum denominatio maioris ad minorem si totum & partes, ab aliquo minus cogitante exprimi posset superbipartiens quartas, cum tamen sit generis superparticularis, & exprimatur sesquialtera Atq; hæc de proportionibus inæqualitatis maioris. Sequitur minoris inæqualitatis proportio, quæ est cum numerus minor refertur ad maiorem ut 8 ad 9, 11 ad 24, 27 item ad 46. Habet autem minoris inæqualitatis proportio tot genera & species quot habet proportio maioris inæqualitatis, atq; huius quidem genera eisdem, quibus illius genera nominibus appellantur, nisi quod adiectionem particulæ huius sub distinguuntur. Dicuntur autem submultiplex, sub superparticulare, subsuperpartiens, submultiplex superparticulare & submultiplex superpartiens, ut 5 ad 3 est maioris inæqualitatis proportio, generis superpartientis, & exprimitur superbipartiens tertias. Sed 3 ad 5 est proportio minoris inæqualitatis, generis sub superpartientis, exprimiturq; sub superbipartiens

tertias. Et secundam hanc formulam, omnium duorum numerorum proportiones, eum quem præscripsimus ordinem ac rationem secutus, exprimere poteris Atq; hæc de proportionum nominibus, quibus scilicet proportiones numerorum exprimuntur, hactenus.

Est & alia proportionum diuisio. Nã proportionum alia est rationalis, alia irrationalis. Rationalis proportio est, quæ ab aliqua certa quantitate denominationem sibi acquirit. Estq; inter quantitates commensurabiles, ut 16 ad 8 est proportio rationalis, denominata a numero binario, quæ est certa, hoc est nota quantitas, appellaturq;, dupla, sic 15 ad 4 proportio, rationalis est, quandoquidem eius denominatio est certa quantitas, nempe $3\frac{3}{4}$. Vocatur autem, tripla supertripartiens quartas. Similiter posita radice quadrata numeri 18 ad positam radicem quadratam numeri 8, quod sic notetur ut solet, radix de 18 ad ra: 8, est proportio rationalis cũ denomiuationem sibi ab unitate & semi assumat

assumat, sic $1\frac{1}{2}$, uocatur autem sequialtera.

Irrationalis uero proportio est, cuius denominatio est incerta, estque inter quantitates incommensurabiles, quales sunt diametri quadratorum & ipsorum costæ, ut ra:18 ad 3, ra:9 8 ad 7, Similiter ra:28 ad ra:12, uel 8 ad ra:24 & id genus aliæ, sunt proportiones irrationales, cum nullã certam quantitatem habeant, per quam illarum inter se habitudo exprimatur. Sed quoniam ad institutum nostrum non sunt hæc neque necessaria, neque admodum utilia, ideo hactenns attigisse satis habemus.

Sequitur de propositionibus quibus dam notatu non indignis, ca: 11. Propo: prima.

Duorum datorum numerorum proportionis denominationẽ inuenire.

Diuidatur maior numerus per minorem, & quod inde exibit, quanta sit alte-

rius numeri ad alterum proportio, denominabit. Hoc tamen considerato, maior ne ad minorem, uel minor ad maiorem numerum conferatur, idq; hanc ob causam, ut sciatur quæ nã inæqualitas, maior scilicet uel minor, per hos duos numeros proposita sit ut si scire uelis duorum numerorum, 11 & 3, proportionis denominationem, diuide 11 maiorem numerum, & habebis pro exeunte $3\frac{2}{3}$, atq; tanta est proportionis numerorum 11 & 3 denominatio. Est autem maior inæqualitas, numerus enim maior refertur ad minorem, & sic exprimitur, tripla superbipartiens tertias. Similiter 13 ad 64, ut habeatur proportionis denominatio, diuide maiorem itidem per numerum minorem, & erit exiens $4\frac{11}{13}$ proportionis scilicet denominatio. Sed quoniam minor numerus comparatur ad maiorem erit ex hoc minoris inæqualitatis proportio, generis submultiplicis superpartientis, exprimitur autem sic per duodecipartiens tredecimas.

Propositio

Propositio secunda.

Vt scire possis, an dati numeri, per quos proportio aliqua designantur, sint adinuicē primi uel cōpositi, Atq; cōpositi si fuerint, hi posthac quo modo ad primos reducātur, hic doceberis.

Diuidatur datorum numerorum maior per numerum minorem, & residuo pro diuisore sumito, per hunc diuidito minorem, quod si quid supererit, per id primum residuum diuidas. Atq; sic diuisionem continuabis semper per minorem diuidendo maiorem, quoad in fine postea unitas remanserit uel nihil. Quod si unitas pro residuo manserit, numeros propositos primos inter se atq; sic etiam, ex 23 septimi euclidi: in sua proportione minimos esse dicas. Quod si nihil residui manserit, hunc ultimum diuisorem pro communi, & maxima datorum numerorum mensura habeto. Atq; hoc ex prima & secunda septimi elemantorum Euclidis propositionibus. Hæc exemplis sequentibus clarius patent.

Exempla in quibus numeri proponuntur.

48 & 13 item 97 & 18

	19	4	1		4	4	3	1
Maior	48	13	9		97	18	7	4
Nu:	3	1	2	Aliud	5	2	1	1
mino:	13	9	4		18	7	4	3

Exempla, in quibus numeri proponuntur.

84 & 35 item 156 & 84.

	1						
	2	17			72	12	1
Maior	84	35	14		156	84	72
nu:	2	2	2	Aliud	1	1	6
Minor	35	14	7		84	72	12

In prioribus duobus exemplis, quoniam unitas ultima diuisione facta, residua erat numeri 48 & 13, similiter 97 & 18 primi inter se sunt, id quod quærebatur in

in posterioribus uero duobus, quia nihil relinquitur post diuisionem ultimam numeri 84 & 35, item 156 & 84, inter se compositi erunt, atq; pro communi mensura habebunt ultimos diuisores, illi quidem 7, hi uero 12.

Propositio tertia.

Radices seu terminos, hoc est minimos datæ proportionis numerus, ex denominatiõe, ꝓposita inuenire. Habita ꝓportionis denominatione, in genere multiplici, unus terminorum erit numerus ille denominationis, alter unitas semper. In reliquis uero quatuor proportionum generibus, multiplicetur denominationis integrum cum fractionis, quam habet, denominatore, atq; producto, numeratore addito, producetur una & maior datæ proportionis radix. Minor uero erit denominator fractionis, ut proportionis quincuplæ, cuius denominatio est 5, radices sunt 5 & 1. Duplæ uero sesquitertiæ, quæ

quæ denominationem habet $2\frac{1}{3}$, radices seu termini sunt 7 & 3.

Propositio quarta.

Si numerus unus aliquot, uel aliquot item unũ multiplicauerint, erit ꝓductorũ quę est multiplicandorum & multiplicantiũ ꝓportio. Hoc autem 17 & 18 septimi Euclidis propo.

	Vnus duos		Duo unum	
Multi-	3	plican-	13	8 tes
Multi	13	8	pli	3 cati
Produ cti.	39	24	39	24
	13	ad 8 ut	39 ad	24.

Multi

Multi 7 plicantes 7 4 11

7 4 11 7 Multiplicandi

49 28 77 49 28 77 Producti

7 . 4 49 28
4 ad 11 ut 28 ad 77
7 11 49 77

Propositio quinta.

Nūeros inuenire continue ꝓportionales minimos, quotcunq; iusserit aliquis in data ꝓportione. Hæc est 2 propositio octaui libri Euclidis.

Multiplica datæ proportionis terminos uel radices utranq; in se, atq; etiam unam cum altera, & producentur tres numeri eandem proportionem cum data, per propositionem præcedentem, continue habentes. Quos iam productos numeros omnes si cum maiore radice multiplicaueris

tiplicaueris, & minimum ex his cum minore proportionis radice, prouenient quatuor numeri, qui itidem eandem cum data proportionem habent, similiter per praecedentem. Hoc autem toties facto opus est, quoad tot continuaueris numeros, quot tibi ab aliquo pręscripti sunt, semper maiorem radicem cum omnibus, & minorem postea radicem cum minimo producto multiplicando. Vel contra, multiplicando minorem radicem cum omnibus, & postea maiorem radicem cum producto numero.

Huius sequuntur singulorum proportionum generum exempla, & primum quidem de proportione.

generis

Generis multiplicis, triplæ ſcilicet.

243.81.27.9.3.1
81.27.9.3.1
27.9.3.1
9.3.1
3.1

Generis ſubſuper-particularis ut $\frac{4}{3}$

243.324.432.567.768.1024
81. 108.144.192. 256
27. 36. 48.64
9 . 12 . 16
3 4

Gene: ſuperpartientis, particlaris, ut $1\frac{2}{3}$

625.375.225.135.81.
125. 75. 45.27
25 . 15 . 9
5 . 3

gene: multi: ſubſuper particularis ut $\frac{7}{3}$

81. 189. 441. 1029. 2401
27 . 63 . 147 . 343
9 . 21 . 49
3 . 7

Generis multiplicis ſuperpartientis, ut $3\frac{2}{3}$

1771561. 483153. 131969. 35935. 9801. 2673. 729.
161051 . 43923 . 11979 . 3267 . 891 . 243
14641 . 3993 . 1089 . 297 . 81
1331 . 363 . 99 . 27
121 . 33 . 9
11 . 3

De proportionalitatibus ca: iiij.

Proportionalitas ἀναλογία, est proportionum similitudo.

	A		B		C		D	
Vt si po-	12		9		4		3	Est pro
natur	5	ad	11	*esse ut*	15	ad	33	portio- nalitas,
	8		2		12		3	id est,

una & eadem quantitatum proportio.

Numeri uel quantitates proportionales sunt quæ eandem & similem inter se habent proportionem, ut 12 8, 9 & 6. Similiter 2. 4. 8. 16 sunt numeri proportionales.

Similis autem alij siue eadem dicitur esse proportio, quæ eandem cum illa habent denominationem. Maior uero, quæ maiorem. Minor uero, quę minorem, ut eadem uel similis proportio est numerorũ 12 ad 9 & 4 ad 3 quandoquidem unam, illam

illam scilicet $1\frac{1}{3}$, denominationem habet Maior uero est proportio 3 ad 2, quam 4 ad 3 nam illius quoque maior quam huius est denominatio.

Proportionalitatis diuisio.

Proportionalitatum alia est continua, alia incontinua. Continua proportionalitas, est cum aliquot eiusdem generis quantitatum prima se habet ad secundam, sicut secunda deinde, & quęlibet ex reliquis ad proxime sequentem. Vt si dicas, quæ est proportio a ad b, ea est b ad c, c ad d, d ad e, e ad f &c.

A	B	C	D	E	F
16807.	7203.	3087.	1323.	567.	243.

$2\frac{1}{3}$ $2\frac{1}{3}$ $2\frac{1}{3}$ $2\frac{1}{3}$ $2\frac{1}{3}$

Est autem continua proportionalitas in tribus terminis uel numeris minima, paucioribus enim, nempe duobus uel uno, designari non potest. Erit etiam in hac

unaquæq; quantitas & antecedens & consequens, præter primam, quæ solum est antecedens, & ultimam, quæ tantum est consequens.

Incontinua proportionalitas est, cum aliquot eiusdem uel diuersi generis quantitatum prima se habet ad secundam, sicut tertia ad quartam, & quinta ad sextam &c ut cum A fuerit ad B sicut C ad D uel E ad F seu G ad H, est incõtinua ꝓportionalitas.

Sequitur exemplum ubi quantitates sunt generis eiusdem.

9 ad 6 & 12 ad 8 ut 27 ad 18

Aliud.

16 ad 12 ut 4 ad 3

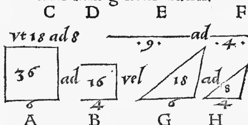
3 5 9 15

36 ad 16 ut 9 ad 4

6 4 3 2

Sequitur

Sequitur exemplum in quo quantitates sunt generis diuersi.



Hæ quantitates sunt proportionales in proportione $2\frac{1}{4}$, non quidem continue, sed incontinue. Nam que proportio est A quadrati ad B quadratum, ea est C numeri ad D numerum, & E lineæ ad F lineam, uel G trianguli ad H triangulum. Hæc proportionalitas in paucioribus quam quatuor terminis consistere non potest.

Est proprietas quædam quatuor proportionalium numerorum, quæ ab Euclide in sep: libro propositione uero 19, his fere uerbis notatur.

Quatuor proportionalium numerorum si primus multiplicetur cum quarto, & secundus deinde cum tertio, producentur duo numeri inter se æquales, Quod si quatuor numerorum primus cum quarto multiplicatus, tantum producet ac si secundus cum tertio multiplicatus fuisset, quatuor illi numeri proportionales fuerint.

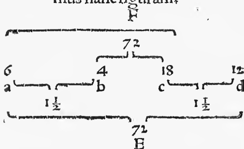
Huius proportionis demonstratio, pendet ex propositionibus his.

1. Si unus numerus duos, uel duo unum multiplicauerint &c, ut supra descripsimus.

2. Proportiones quæ eidem sunt eædem, etiã inter se sunt eædem. Hæc est 11. quinti Eucli: propositio.

3. Hi numeri ſunt æquales, ad quos aliquis unam & eandem habuerit proportionem. Hæc eſt ſecunda pars nonæ propoſitionis quinti Euclidis.

Hæc ut melius intelligas, ſubiciamus hanc figuram.



A	A	B	
6	6	4	
c18	d12	c18	
g	e	g	f
108	72	108	72

Ex hac figuratione nunc cernere licet, quandoquidē ex hipothesi, C ad D est ut A ad B, proportionē G ad E esse ut G ad F, similibus ꝑportionibus pro eisdem sumtis. Et cum G, una atq; eadem quantitas ad E & F quantitates unā & eandem habeat proportionē illas etiam E & F quantitates æquales inter se esse concluditur. Atq; hoc quidem demonstrare libuit.

De speciebus proportionalitatis.

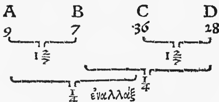
Sex sunt species proportionalitatis, permutata, conuersa, coniuncta, disiuncta, euersa, & æqua.

Permutata proportionalitas ἐναλλὰξ λόγος est, ubi, datis quatuor quantitatibus proportionalibus, infertur primæ ad tertiam eā esse, quæ est secundæ ad quartam proportio. Vel est acceptio antecedentis quatuor proportionalium ad antecedentem, & consequentis ad consequentem.

Vt si $A\begin{cases}9\\12\end{cases}$ est ad $B\begin{cases}6\\4\end{cases}$ ut $C\begin{cases}12\\9\end{cases}$ ad $D\begin{cases}8\\3\end{cases}$

infertur per:

infertur et $A\begin{cases}9\\12\end{cases}$ ad $C\begin{cases}12\\9\end{cases}$ esse ut $B\begin{cases}6\\4\end{cases}$ est ad $D\begin{cases}8\\3\end{cases}$



Conuersa proportionalitas ἀνάπαλιν λόγος est, ubi, quantitatibus proportionalibus quatuor positis, consequens accipitur pro antecedente, & antecedens pro consequente, ut si,

$A\begin{cases}9\\12\end{cases}$ ad $B\begin{cases}6\\4\end{cases}$ est ut $C\begin{cases}12\\9\end{cases}$ ad $D\begin{cases}8\\3\end{cases}$ infertur cōtra: $B\begin{cases}6\\4\end{cases}$ ad $A\begin{cases}9\\12\end{cases}$ esse ut $D\begin{cases}8\\3\end{cases}$ ad $E\begin{cases}12\\9\end{cases}$

Maior	9	7		36	28	
			cõuersim			Inæqua
Minor	7	9		28	36	litas.

Coniuncta proportionalitas siue composita σύνθεσις λόγου, est acceptio antecedentis cum consequente, ut unius quantitatis, ad consequentem, ut si,

A	B	C	D	infertur contra	ab	b	cd	d
9 ad	6 est ut	12 ad	8		15 ad	6 esse ut	20 ad	8
12	4	9	3		16	4	12	3

Diuisa uel disiuncta proportionalitas διαίρεσις λόγου, est sumptio excessus antecedentis supra consequentem ut si.

A	B	C	D
9 ad	6 est ut	12 ad	8
12	4	9	3

infertur

Infert disiunctim

excess: 3 ad 8, B conse: 6 esse quae est excess: 4 ad 6, d conse: 8 ad 3 pro portio

Euersa proportionalitas ἀναστροφὴ λόγου est, ubi datis quatuor quantitatibus proportionalibus, antecedens confertur ad excessum quo ipsa antecedens maior est sua consequente, ut si quatuor numeri proportionales fuerint, nempe

9 ad 6 / 12 ad 4 ut 12 ad 8 / 9 ad 4

Infert excessus

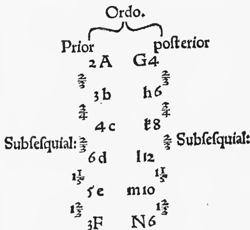
9 esse ad 3 / 12 ad 8 ut est 12 ad 4 / 9 ad 6

Verum

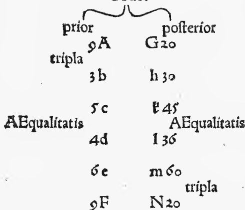
Verum in hac proportionalitate necesse est, ut primus secundo, & tertius quarto numero maior semper existat quod idem etiam accidit in proportionalitate disiuncta.

AEqua proportionalitas δι' ἴσου λόγου est, ubi duobus qnantitatum ordinibus positis, quorum prior eas habet proportiones quas & posterior, infertur extremarum in utroq; ordine similitudo proportionum. Atq; id est quod Euclides ait, in hac sumi extrema exemptis medijs ut si prioris ordinis quantitates fuerint a, b, c d, e, & f, quas aliquis proposuerit proportiones habentes, posterioris uero g, h, k, l, m, & n, easdẽ cum datis proportiones habentes infertur ex hoc, extrema prioris ordinis, quæ sunt, a & f, in ea esse proportione, in qua sunt g & n, extrema posterioris ordinis.

Huius rei, quo melius intelligatur, subiecimus hanc figuram.



Ordo



Est autem æqua proportionalitas duplex. Nam alia est ordinata, alia uero perturbata.

Ordinata proportionalitas τεταγμένη ἀναλογία est, in qua, cum duorum ordinum proportiones similes, siue aliæ alijs eædem sint, sic ut prima prioris ordinis respondeat primæ posterioris ordinis, secunda

cunda uero secundæ, & tertia tertiæ atq; sic deinceps ultima ultimæ, infertur extremorum in utroq; ordine similes esse proportiones.

Exemplum huius est.

tripla	9	27	tripla
	3	9	
$1\frac{4}{5}$	8	24	$1\frac{4}{5}$
	5	15	

Perturbata uero proportionalitas τεταραγμένη ἀναλογία est, in qua cum proportiones prioris ordinis similes siue eædem sint proportionibus posterioris ordinis, sic quidem, ut prima prioris respondeat ultimæ proportioni ordinis posterioris, & secunda penultimæ, tertia uero antepenultimæ, atq; sic deinceps in priori

ori deſcendendo, in poſteriori uero ordine aſcendendo, infertur extremorum in utroq; ordine proportionalitas.

Exemplum eſt.

```
        tripla  9     72
                3     45
1 4/5           8    120      1 4/5
                5     40  tri
                          pla
```

De proportionum Additione & Subtractione, ſiue ut alij Compoſitione & Reſolutione ca: iiij

Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando proportionum quantitates multiplicatæ, proportionem conſtituunt. Quantitates autem uoco, a quibus denominantur, ut a quinario quincupla, a ternario uero & ſemi tripla ſeſquialtera

altera proportio denominatur. Atque hi numeri harum ſunt proportionum quantitates, ut ſi exempli gratia, proportiones duplam ſeſquialteram & ſubſeſquitertiam, quarum denominationes uel quantitates ſunt, $2\frac{1}{2}$ & $\frac{3}{4}$, componere uelim, multiplico quantitates, ſeu denominationes, proportionum unam cum altera hoc modo. Quæro primum ex datis proportionum denominationibus, per tertiam ſecundi capitis huius propoſitionẽ, illarum proportionum radices, atq; eas poſtea inter ſe, antecedentem ſcilicet cum antecedente, & conſequentem deinde cum conſequente multiplico, & producuntur duo numeri, qui compoſitam ex datis proportionem conſtituunt. Eſt autem alter numerorum nempe 15, antecedens, alter uero. 8. conſequens, denominatio deinde proportionis $1\frac{7}{8}$. Eſtq; maioris inæqualitatis proportio, generis ſuperpartientis, & exprimitur ſuperſeptipartiens octauas.

Sequitur exemplum.

ex proportiōe

$1\frac{1}{3}$ ut $\begin{cases}4\\3\end{cases}$ & $1\frac{1}{2}$, ut $\begin{cases}3\\2\end{cases}$ cōponit̄ du- pla ut $\begin{cases}12\\6\end{cases}$ uel 2 ad unum

Sesquitertia sesquioct: sesquial:
$1\frac{1}{3}$ cum $1\frac{1}{8}$ componit $1\frac{1}{2}$

Hæc per hanc sequentem figuram, propositionibus 17 & 18 septimi Euclidis, quibus propositio 4 capitis secundi in secundo tractatu correspondet, & ex eo quod dicitur generaliter hoc modo.

Cum continuatæ fuerint eædem uel diuersæ proportiones extremorum proportionem ex intermedijs compositam esse, facile demonstrari possunt.

Componem

Cōponētes		cōpoſita ꝓportio				
		7			7	5
7	5	35	5		8	8
ad	ad	56				
2	8	24	35	56	56	24

Aliud exemplum.

9	5		45
ad	ad	componunt	ad
4	3		12
$2\frac{1}{4}$	$1\frac{2}{3}$		$3\frac{3}{4}$

Aliud exemplum.

4	5	7	20	140
da	da &	da	32	224
			24	168
3	8	3		
				72
$1\frac{1}{3}$	$\frac{5}{8}$ &	$2\frac{1}{3}$ componunt		$1\frac{17}{18}$

Sequitur huius exempli figura demonstrationis.

4	3	3			7		7	3
	5	5	8	20	15	24	24	
20	15	15	24	140	105	168	168	72

Sic in multarum proportionum compositione te exercere poteris.

Proportio porro per proportionem resoluitur, cum resoluendæ proportionis termini diuiduntur per terminos resoluentis. Hinc enim exeunt numeri aliam, facta resolutione, proportionem indicantes, ut si uelis proportionem $1\frac{7}{8}$ resoluere per proportionem $2\frac{1}{2}$, diuides terminos resoluendæ, 15 & 8, per terminos resoluentis, 5 & 2, antecedentem per antecedentem, & consequentem per consequentem, & exibunt 3 & 4. Atque hi numeri, facta resolutione, remanentem proportionem

portionem indicant. Est autem huius operationis tractatio, precedenti contraria. Nam quę illa multiplicãdo composuerat, eadem per hanc, diuidendo resoluuntur.

Sequuntur exempla.

	ꝓportio		ꝓportionẽ		ꝓportio						
Resoluitur	9		3		3	Item	15		5		3
	ad	per	ad	ma:	ad		ad	per	ad	ma:	ad
	8		2		4		4		2		2
	1 1/8		1 1/2		3/4		3 3/4		2 1/2		1 1/2

Sed quoniam non semper huiusmodi sunt numeri resoluendæ proportionis, ut hi per numeros resoluentis diuidi possint, ideo quædam regula generalis proponitur, quæ quidem talis est.

Numeri resoluendæ proportionis qualitercunq; sint dispositi, semper multiplica antecedentem resoluendæ proportionis cum consequente resoluentis, & habebis antecedentem, deinde etiam multiplica con-

conſequentem reſoluendæ cum anteceꝺdente proportionis reſoluentis, & producetur conſequens exeuntis uel remanentis proportionis, ut ſit exempli gratia, proportio reſoluẽda tripla cuius termini ſint 3 & 1, reſoluens uero duplã, habẽs terminos 2 & 1, multiplica terminos inter ſe, ut dictum eſt, & ueniet antecedens 3, conſequens uero 2, & eſt proportio ſeſquialtera. Atque tanta eſt exiens uel reſidua facta reſolutione.

Sequuntur alia exempla.

Reſol: proportio					
	2	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{8}$	$1\frac{5}{27}$
	2	3	4	9	32
	ad per	ad ueniet	ad Et hęc	ad ueniet	ad
	1	2	3 nũc per 8		27

Alia exempla.

32	9	256	9	2187
ad reſol.	ad & ue	ad & p hanc	ad ueniet	ad
27 uaſ p	8 niet	243 nũc reſol:	8	2048

Huius

Huius operationis denominatio sic habetur.

Notentur proportionum termini literis hoc modo. Sint terminorum proportionis resoluendæ literę A & B, resoluentis uero C & D, exeuntis postea uel residuæ E & F. Hoc facto multiplicetur B cum D, & producatur G. Et quia unus numerus D duos, A scilicet & B multiplicat, atq; & G numeri producuntur, erit ex 4 secundi huius productorum E & G proportio, quę est A & B multiplicatorum. Similiter quoque cum numeri C & D unum numerum B multiplicent, erit eadem ratione, productorum G & F ut multiplicantium C & D proportio. Sed cum E ad G ut extremorum proportio, composita sit ex inter medijs E ad F & F ad G proportionibus, erit etiam A ad B (similium proportionum terminis alijs pro alijs sumtis) proportio ex eisdem composita. Et quoniam F ad G est ut C ad D, erit ex iam dicta ratione, & ex E ad F

& C ad D composita, A ad B proportio. Separata igitur uel ablata F ad G, hoc est C ad D, proportione de proportione E ad G, uel sibi simili A ad B, erit residua proportio E ad F. Quod quidẽ fuit ostendendum.

D D C
4 4 5
A8 C5 E32 A8 B3 B3
ad ꝓpor ad & ue ad
B3 tio p D4 niet F15 E32 G12 G12 F15
G12.

Ad hæc, cum Eucli: dicat in propo: 11 & 12 octaui libri, Duorum numerorũ quadratorum, unum, cubicorum uero, duos medios proportionales esse numeros. Quadratum insuper ad quadratum, duplo maiorem, cubum uero ad cubum, triplo maiorem proportionem habere quam habet latus ad latus. Quomodo propositæ proportionis

tionis

tiõis duplicata uel triplicata, ut ita dicam, medietas item, uel eius tertia pars haberi poſſit, ut ex citatis propoſitionibus colligitur, deinceps ſubiecimus.

Proportio itaque duplicatur, cum ipſius radices, hoc eſt antecedens & conſequens, quilibet quadrate multiplicatur. Numeri enim ſic prouenientes, proportionis propoſitæ, ut modo oſtenſum eſt, duplum repreſentant ut proportio $1\frac{1}{3}$, ſeſquitertia, cuius termini ſunt 4 & 3, duplicata, eſt $1\frac{7}{9}$, ſuperſeptipartiens nonas, & notatur terminis 16 & 9. Sic tripla duplicata, nouencupla proportio componitur. Ita cum alijs omnibus.

Triplicatur autem proportio, cum radices cubice, hoc eſt, cum ſeipſis primũ, & deinde cum productis multiplicantur, ut proportiones $2\frac{3}{4}$, duplæ ſupertripartientis quartas triplum, uel hæc proportio $2\frac{3}{4}$ triplicata eſt $20\frac{51}{64}$, uigintícupla ſuperquinquagintunipartiens ſexageſimas quartas. Notatur autem terminis 1331 & 64.

Proportio uero mediatur, hoc est in duas interse uel sibi similes proportiones resoluitur, cum utriusque termini radix quadrata sumitur. Hæ enim radices proportionis propositæ medietatē ostendunt ut proportionis $1\frac{7}{9}$ medietas est $1\frac{1}{3}$, nouencuplæ uero tripla.

Sic quoque tertia proportionis pars, per radicem cubicam terminorum ipsius proportionis exprimitur, ut proportionis triplæ supertripartientis octauas, tertia pars est sequialtera, octuplæ uero dupla, & proportionis $15\frac{5}{8}$, tertia pars est $2\frac{1}{2}$.

Demonstratio.

Huius demonstrationem a nullo requiri existimo, modo superiorum meminerit. Nam si quadrati laterum suorum proportionem, ut Euclides indicat, duplicatam habent, sequitur econuerso, latera quoque suorū quadratorum proportionem subduplicatam, hoc est mediatam habere. Eodem modo de cubis intelligendum.

Quandoquidem cubi ſuorum laterum proportionem triplicatam exprimunt, per latera uiciſſim proportionis datorum cuborum tertiam partem deſcribi. Recte igitur proportionis alicuius propoſitę me dietatem per huius terminorum radices quadratos, tertiam uero partem per radices cubicas indicabis. Quod quidē ad huius rei demonſtrationem ſufficiet.

Similiter proportio etiam mediatur, ſi inter terminos eius unus continue proportionalis reperiatur uel locetur nūerus.

In tres uero æquas uel ſimiles proportiones diuiditur, ſi inter terminos eius duo medij in proportione continua repeariantur.

In quatuor item, ſi inter terminos eius tres continue proportionales reperiantur numeri. Sic deinceps, in quot proportiones propoſitam proportionem diuidere uolueris, tot medios numeros interpones, uno quidem minus, ut ſi proportionem quandam in quinqꝫ diuidere deberes, inter pro-

ter proportionis terminos quinq; minus tamen uno, hoc est quatuor medio loco proportionales numeri reperiendi atque inter ponendi essent.

Quomodo autem nunc, duobus numeris datis, unus uel plures medio loco proportionales numeri reperiantur, sequentibus doceberis.

Duobus numeris propositis, quibus unus, duo uel plures etiam medio loco proportionales numeri interponēdi sunt, multiplicetur unus cum altero, producti deinde, si unum medium desideras, dabit hunc radix quadrata. Quod si duos habere uis, producto cum minore multiplicato, illius deinde producti si radicem cubicam acceperis, ueniet tibi numerus quē pro primo & minore medio habeto. Secundum postea, proportio data cum sit, 19 septimi Eucli: propositio, quam etiam capiti tertio tractatus secundi inseruimus, manifestabit Pro tribus uero medijs, uno

numero

numero cum altero multiplicato, multiplica etiam minorem cum producto, & postea eundem minorem cum secundo producto illius ultimi producti nunc, si radicem quadratam de radice quadrata quæsiueris, exibit uel apparebit primus & minimus medius proportionalis numerus. Cæteri & ipsi, ex proxime citata propositione manifestabuntur. Sic cum reliquis omnibus, toties cum minore numero multiplicationem persequendo, quot numeri inter ponendi fuerint, producti deinde si radicem secundum quantitatis denominationem extraxeris, habebis semper primum & minimum medium proportionalem numerum. Cum reliquis quotquot deinde fuerint, nulla erit difficultas, proportionalium quantitatum proprietatem animaduertenti.

Considerandum hoc loco tibi erit, non inter quosuis duos numeros, unum duos uel pluresmedios interponi posse numeros proportionales, cum non omnium numerorum radices inueniantur. Verum

si

si unus desideretur interponi, numeri illi duo ut sint aut quadrati, aut communis cuiusdam numeri diuisione reducibiles ad numeros quadratos necesse est, Nam illi soli unum medium proportionalem numerum admittunt, pro duobus uero medijs, numeri ut sint aut cubi aut communi quodam diuisore reducibiles ad numeros cubicos oportet. Hæc ex porismate ꝓpositionis in octauo Euclidis secundæ & propositionibus deinde eiusdē octaui 20 & 21 colligere poteris. De tribus præterea, quatuor aut pluribus medijs, idem cogites. Nam quemadmodum primæ quantitatis numeri, nempe quadrati tantum, uel quadratis similes, unum, secundæ uero quantitatis numeri, ut cubi uel illis similes, duos medios proportionales interponi admittunt. Sic quoq; inter nullos duos, numeros, tres, quatuor, quinq; aut plures medios inter posueris, nisi huius quantitatis illi numeri propositi fuerint, quæ per numerum mediorum proportionalium illis interponendorum exprimitur

tur, uel si huiusmodi non sint, ut saltem ad tales reduci possint.

De duabus progressionibus Geometrica scilicet & harmonica ca: v.

Superest iam quandoquidem in superioribus pelliciti sumus, ut nonnihil etiam de duabus progressionibus, geometrica uidelicet & harmonica, dicamus.

Est autẽ Geometrica progressio, nũerorum aliquot secundum datam proportionem continue sumtorum ordinatio. Atque eorum summã sic colliges.

Est propositio nimirũ 35 noni Euclididis, cuius sensus hic est.

Si in numeris continue proportionalibus tam a secundo quã ab ultimo subtrahatur numerus æqualis primo, quam proportionem sic residuus se=

us ſecundi habebit ad primum conti nuatæ proportionis numerum, eandem etiam reſiduum ultimi ad aggregatum præcedentium habere neceſſe eſt.

Quod cum ita ſit, multiplicetur reſiduus ultimi, cum numero primo, & qui producitur diuidatur per reſiduum ſecundi, exeunti poſthac, ut ſummæ numerorũ qui in hac progreſſione ultimum præcedunt, ſi ipſe ultimus addatur numerus, apparebit omnium propoſitæ continuatæ proportionis numerorum ſumma.

Et quoniam quinq; tantum numerantur genera proportionum, ſingulis placuit ſingula exempla ſubijcere, atq; primum quidem de ꝓportiõe generis multiplicis.

Sint numeri adinuicem continue tripli, 6561, 2187, 729, 243, 81, 27, 9, 3, & 1 ſubtrahatur unitas, ut primus huius proportionalitatis

numerus, liceat enim ſic dicere, a ſecundo 3. & ultimo. 6561. & manent 2. pro reſiduo ſecundi, & 6560. pro reſiduo ultimi numeri. Nunc quia per propoſitionem citatam, reſiduus ſecundi 2 erit ad primũ hoc eſt ad unitatem, ſic reſiduus ultimi 6560, ad omnes pręcedentes. Horum pręcedentium ſummam iam ut habeas multiplica ultimi numeri reſiduum 6560. cum unitate primo numero, & productum deinde, 6568 ſcilicet, diuide per 2 reſiduum ſecundi, & exibunt 3280. Atque hæc eſt ſumma omnium precedentium numerorum, cui nunc 6561. ultimo numero addito excreſcet omnium progreſſionis numerorum ſumma quæ eſt 9841.

Sequitur poſitio.

Reſiduus ſecundi 2 ad 1 primum ſicut Reſiduus ultimi 6560 ad 3280 aggregatũ ex omnibus pręced:

Vltimus nu 6561

9841 oĩm ſũ:

 Aliud

Aliud exemplum in proportione generis Superparticularis $1\frac{1}{3}$ scilicet.

4096. 3072. 2304. 1728. 1296. 972. 729
Numeri proportionales.

243 ad 729 sicut 3367 ad 10101

81	243	4096
9	27	14197
1	3	

Aliud in proportione generis superpartientis, nimirum $1\frac{2}{3}$.

15625. 9375. 5625. 3375. 2025. 1215. 729
Numeri proportionales.

486 ad 729 sicut 14896 ad 22344

54	81	15625
6	9	37969
2	3	

Aliud

Aliud exemplnm in proportione generis multiplicis superparticularis ut $2\frac{1}{3}$.

117649.50421.21609.9261.3969.1701.729

Numeri proportionales.

Resi: secũ:	primum	Resi:ulti:aggre: ex om:
972	729	116920 87690
108	81	117649
12	9	205339
4	3	
1		

Aliud exemplum in proportione generis multiplicis superpartientis, ut $2\frac{2}{3}$.

161051 . 43923 . 11979 . 3267 . 891 . 243.

Numeri proportionales.

648	243	160808	60303
72	27	20101	16051
8	3		221354
1			

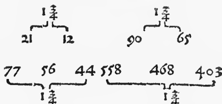
Iam unam & alteram ſtudioſe lector induxi propoſitionem non profecto arro gantia motus, ſed quoniam neceſſitas, ut cuilibet cernere licet, poſtulat, ut etiam quilibet uidere poſſet, eas non fruſtra ab Euclide poſitas, ſed omnes fere iam, uel Arithmeticæ, Muſicæ, Geometriæ, Aſtro nomiæ uel alius etiam artis cuiuſdam me- chanicæ perito uſui futuras eſſe. Quare tanti authoris ſtudium ut tibi concilies, operæprecium erit. Neque conquiri debe bis, te unum atque alterum etiam nunc librum audiuiſſe, nullius tamē adhuc pro- poſitionis uſum, ab aliquo ſi forte roga- tus ſis, indicare poſſe. Aliud enim eſt in ſtrumenta parare aliud iis poſtea uti. A Macheropæo quidem gladius emitur, quo tamen ſi apte & commode uti uelis, non ab illo ſed ab alio quodam magiſtro, nimirum athleta diſcendum tibi erit. Tu audi Euclidem, mathematicarum diſcipli- narum principem atque illius ſcripta ut in telligas operam da, quo facto poſtea ab aliis artium profeſſoribus (quorum quili- bet prout ſua ars fert ſuis & propriis uti- tur

tur principijs) singularum etiam proposi-tionum usum addiscere poteris. Hæc in præsentia si forte minus perspicies, post modo tamen, si in tuis studijs perrexeris, dices, nos tibi recte consuluisse, & fideli-ter te ad hoc studium adhortatos esse.

Sequitur progreßio tertia, quæ est harmonica.

Harmonica progressio est trium nu-merum in quibus maximi ad minimum ea est proportio, quæ est differentiæ uel ex cessus maiorum ad differentiam minorū, ut 45. 9. 5 sunt tres numeri, & quoniam proportio 45 maximi ad minimum 5, eadem est cum proportione excessus ma-iorum, qui est 36, ad 4, excessum minorū nam utrinque est nouencupla proportio, di co illos tres numeros, 45, 9 & 5 in harmo nica progressione uel medietate positos esse.

Alia exempla:



Maximam harmoniam, cum prorſus muſicæ conſiderationis, neque huc aſſumenda eſſe uideatur, omiſimus ne alienam in meſſem manus noſtras inſertas fuiſſe arguamur. Hæc itaque de proportionibus ſufficiant.

Sequitur eorum quæ ad pondera, menſuras, monetas & aliarum rerum uariarum rationem pertinent explicatio.

De

De pondere.

Est duplex libra Zygostatica uel Regia. Hac utuntur negociatores & hi qui appensas merces uendunt. Centum autē Zygostaticæ, perficiunt id pondus quod Centenarium uocamus. Est præter ea libra quam numulariam uel octonariam, quod octo finiatur uncijs appellant, semissi libræ Regiæ aut Bessi romanæ exactæ respondens. Vtuntur ea monetarij & Aurifices, atq; ab illis Marca uocatur.

Quod autem non simpliciter Romanæ Bessi respondere eam libram quam octonariam uocant, sed exactæ romanæ diximus, differentiæ caussa factum est, nam & Romana fuit quæ centenaria appellaretur, illam alteram semuncia superans. Quæ etsi fortasse aliena uideri possint, perstringere tamen uoluimus.

Libra Zygoſtatica ſeu Regia unciarũ 16
drachmas continet. 128
Libra Octonaria unciarum 8
drachmas habet. 64

Libra Ro-mana	exacta uncia- 12 rum	drach:	96
	centenaria 12½ unci:	habet	100

Vncia 2 ſemuncias, Semuncia uero 4 drachmas pendet, drachmam prætera 4 numulis, numulum deinde 2 obolis æqui ualere uolumus.

Drachma octaua pars eſt unciæ, duella uero tertia atquæ ſic duellæ 24, libram numularium æquabunt.

De Aſſe & partibus eius, cum eorum uſus ſe offert, quantum neceſſarium fuerit dicamus.

De Menſura.

In liquidis communiter utimur urnis, menſuris, ſemimenſuris, quartis & id genus

nus aliјs. Sunt autem regiones uel oppida in quibus urna 32, 48, 52, 64, 72, uel 160 etiam mensuris æquatur. Mensura uero iam in 2 semimensuras, iam uero in 4 quartas diuiditur. Vrnę insuper hic 10, illic uero plures uel pauciores, Plaustrum, ut uocant perficiunt. His igitur nominibus utemur cum de liquidis dicendum aliquid fuerit, quorum significationes ad illam hinc assumes. Frumentum autem uenditur secundum modium, qui iam 12, iam uero 24 uel 32 etiam mensuris completur. Hæ deinde suas quoque iuxta uarietatem loci, subdiuisiones habent, quæ latius in sequentibus, ubi eorum usus requiretur, indicabuntur.

De Moneta.

Quandoquidem quælibet fere regio, atque multæ etiã ciuitates & oppida suas proprias monetas habent, & illas quidem aliјs atque aliјs nominibus appellatas. Cumq; una aliquando plus etiam argenti

quam reliqua habeat, fit ut hic plures minoris ue quam illic in permutatione Rhenensis florinus æstimetur. Nam in Vuirtempergensi ducatu 28 solidis, quorum singuli 6 numulis ualent florinus Rhenensis constat. In Austria 8 & in Bauaria 7 solidi florinum constituunt, horum solidorum uterque 30. suis numulis ualet. In ditione Tirolensi. 60. cruciati, horum quilibet 5 suis item numulis permutabitur Constantiæ iuxta lacum Brigantinum, 30 solidi, quorum quilibet 6 numulis constat. Nornbergæ 8, ut ipsi nominant libellæ & 12 nummuli florinum faciunt, libella uero 30. numulis permutaſ. In Misnia uero 21 grossis, quorum quilibet 12 numulis ualet, florinus exponitur. Est ubi florinus etiam 24 grossis ualet, talis uero grossus 10 numulis austriacis, uel 2½ cruciatis soluitur. Sic multæ aliæ monetæ, iuxta diuersarum ciuitatum usum uariatæ, quas cognoscere qui uelit, passim ex alijs de Arithmetica scriptis petat. Nobis satis fuerit ista hactenus commemorasse.

Numulus

Numulus ubique fere gentium in duas partes diuiditur, quarum utranq; Obolum uocari nunc receptum est.

Est & alia quædam moneta, qua maxime utuntur Negociatores. Huius florinus 20 solidis, solidus uero 12 obolis permutatur.

Aurens Rhenensis ubique locorum, ut 60 cruciatis athesinis permutaretur, percussus est. Quod autem iam pluris etiam æstimetur, in caussa sunt inprimis fortasse Negotiatores. Hi enim cum grandẽ aliquam pecuniæ summam aliquando peregre aliquo longius missuri sint, in auro comodius, minori etiam cum periculo, q̃ in argento id facturos esse sese existimãt. Neque dubitãt pluris etiam florinum q̃ quanti re ipsa est redimere. Sæpe etiam debitum alicui ex contractu aurum soluendum est, quæ & ipsa acquirendi necessitas precium auget. Sed hæc fortasse parũ ad rem pertinere uideantur.

De

De Tempore.

Distribuitur tempus in Annum, mensem, septimanam, diem, horam & minutum. Hæc nunc singuli quomodo ex singulis producantur sequitur.

Septimana habet 7 dies, Septimanæ 52 & unus dies, uel dies 365 uulgi notatione, Annum communem complent, annus etiam communis diuiditur in 4 partes, quæ nunc Angariæ appellantur, harum cuilibet 13 septimanæ tribuntur, ita 52 septimanæ perficiūt, quas anno diximus contineri, septimana ut dixi 7 dies habet, Dies uero naturalis 24 horis & hora 60 minutis completur.

Cum annus consideratur 12 menses habere, tunc alius mensis alio longior est, ut in Ephemeridibus cernere licet. Quod si 13 menses annum perficere considerentur, tunc mensis quilibet 4 septimanis computatur, atque huius mensis in Militia plerumque usus est.

Nomina duodecim mensium quomodo in Ephemeridibus signentur una cum dierum numero.

Ianuarius	habet dies	31
Februarius		28
in anno cõmuni. In anno uero Bisextili		
Martius(uno die amplius habet dies		31
Aprilis		30
Maius		31
Iunius		30
Iulius		31
Augustus		31
September		30
October		31
Nouember		30
December		31

Summa dierum anni { Communis 365 / Bisextilis 366

Sequitur

Sequitur nunc tractatus tertius, qui eſt de Minutijs, ut uocant, uulgaribus.

Tractationem de minutijs uulgaribus paulo altius repetiuimus, cum hæ non a quouis facile perdiſci queant. Adduximus illarum inter ſe proportiones, ſpecies item ſingulas atque totum negotium ſuis demonſtrationibus uarie, quoad a nobis id fieri potuit, ornauimus fundauimuſque. Atque ſic factum eſt, ut non eo quo a cæteris ordine a nobis illæ fuerint deſcriptæ. Tu igitur ſummis uiribus conare, ne teipſum in hoc ſtudio negligas, atque ſemel tandem fractionis cum illarum per uniuerſam fere arithmeticam non ſit rarus uſus, plane intelligere, ex noſtris ſcriptis & percipere poſſis.

Fractio uel Minuta eſt pars integri. Pars hoc loco ſumitur non modo ut ſit multiplicis cuiuſdam pars, cuius ſupra in primo definitionem adduximus ſed omne

id quod ſui generis alio minus eſt, hic pro parte habetur.

Eſt minutia duplex, nam alia eſt minutia ſimplex uel principalis, alia uero minutia minutiæ, de qua paulo poſt. Minutia ſimplex duobus numeris utitur, quorũ alter alteri, uirgula interiecta, ſubſcribitur hoc modo $\frac{7}{9}$, $\frac{9}{13}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{10}{221}$, atque id genus. Dicitur ſuperior Numerator, inferior uero numerus denominator

Numerator	5	
	———	uirgula interiecta
Denominator	8	

Numerator eſt numerus cuiuſtot ſunt unitates quot integri partes uolumus repreſentare.

Denominator eſt numerus per quem integrum diuiſum eſt, ut minutiæ $\frac{3}{4}$, numerator eſt ternarius. 3. Et quandoquidem ternarij tres ſunt unitates, ideo etiam tres integri partes repreſentat, & tales quidem quales inferior denominator 4, per quem

quem ſcilicet integrum diuiſum eſt, indicat. Tales ſimplices minutiæ cõmuni more ſic pronunciantur, ut numerator nomine numerali cardinali, ut uocant, denominator uero numerali ordinali exprimatur, ut minutia $\frac{4}{9}$, pronunciatur quatuor nonę, illa uero $\frac{13}{28}$, tredecim uigeſimæ octauæ, & hæc $\frac{111}{365}$, centum & undecim trecenteſimæ ſexageſimæ quintæ. Sic reliquas omnes expreſſeris.

Da proportionibus minutiarum. ca: I.

Antequam ulterius progrediamur, non alienum fuerit obiter prius minutiarum proportiones huc deſeruientes attingere. Ea res proportionibus quibuſdam adductis rectiſſime explicabitur, quarum precipua & quaſi caput ad reliquas eſt.

Propoſitæ minutiæ numerator eandem ad ſuum denominatorem habet proportionem, quam habet ipſa minutia ad ſuum integrum.

Vt

Vt sit exempli gratia, data minutia $\frac{5}{7}$. Dico proportionem numeratoris 5. ad denominatorem 7. esse, ut minutiæ $\frac{5}{7}$ ad integrum hoc est unitatem. Nam cum sit unitatis ad unitatem proportio, quæ est $\frac{1}{7}$ ad $\frac{1}{7}$, æqualitatis enim proportio utrobiq;. Atque ex quarta deinde propositione secundi capitis in secundo tractatu huius, quinarij ad unitatem, ea quæ est $\frac{5}{7}$ ad $\frac{1}{7}$,

5 / 1	$\frac{5}{7}$ / $\frac{1}{7}$
ad	ad
1 / 7	$\frac{1}{7}$ / 1

Numerator	Deno:	Minu:	Integrum
5 ad	7 ut	$\frac{5}{7}$ ad	1

similiter etiam, per eandem & unitatis ad 7 quæ $\frac{1}{7}$ ad unitatem. Sequitur per æquã proportionalitatem, ut quæ est proportio 5 numeratoris ad 7 suum denominatorem ea sit etiam minutiæ $\frac{5}{7}$ ad unitatem suum integrum. Atque hoc libuit concludere.

Propoſitio ſecunda.

Duabus minutijs datis, ſi prioris numerator ducatur in denominatorem poſterioris, & numerator deinde poſterioris in denominatorem prioris minutiæ, erit proportio prioris minutiæ ad poſteriorem, ſicut numeri producti ex numeratore prioris minutiæ ad numerum ex altera multiplicatione productum.

Vt ſint datæ duæ minutiæ $\frac{a}{b}$ & $\frac{c}{d}$ multipliceturque a cum d, & fiat e, atque etiam c cum b, & fiat f. Dico proportionem $\frac{a}{b}$ minutiæ eſſe ad $\frac{c}{d}$ minutiam ut eſt e numeri ad f numerum proportio. Multiplicato enim b cum d fit g nũerus, ad quem ſe habet e, quoniam unus numerus duos multiplicat, ſicut a ad b. Ex prima uero huius quæ eſt a ad b itemque e ad g, ea eſt & minutiæ $\frac{a}{b}$ ad unitatem. Præterea cum g producatur ex multiplicatione d cum

ne d cum b, ſequitur d ad c proportionem eſſe ut g ad f. Quare per primam propoſitionem huius & conuerſam proportionalitatem, quæ proportio g ad f, ea eſt unitatis ad minutiam $\frac{c}{d}$. Per æquam igi-

	D 4	D4	C3
a5	b7	b7	$\frac{\text{uni: ad c3}}{\text{d4}}$
	$\frac{\text{a5 ad uni:}}{\text{b7}}$		
e20	g28	g28	f21

tur proportionalitatem concluditur propoſitum, proportionem ſcilicet $\frac{a}{b}$ minutiæ ad $\frac{c}{d}$ minutiam eſſe ut e numeri ad f numerum. Quod erat demonſtrandum.

Proportio tertia.

Minutiarum eiuſdem denominationis proportio unius ad alteram, eſt ut numeratoris ad numeratorem.

Hæc ex prima propoſitione atque ſua conuerſa huius capitis, per æquam deinde proportionalitatem concludendo, facile demonſtrari poteſt. Nam nũerator ante-

Minutia

Antecedẽs Cõſequẽs nu: nu:
$\frac{7}{8}$ ad $\frac{3}{8}$ ut 7 ad 3

7	$\frac{7}{8}$
8	1
3	$\frac{3}{8}$

cedentis minutiæ ad ſuum denominatorem, eſt ut minutia ipſa ad integrum. Denominator item conſequentis minutiæ ad ſuum numeratorem ut integri ad minutiam. Itaque per æquam proportionalitatem, id quod hoc theoremate proponebatur concluditur.

Propoſitio quarta.

Duarum minutiarum unum & eundem numeratorem habentium, erit proportio prioris ad poſteriorẽ, ſicut denominantis poſteriorem ad eum qui prioris eſt denominatio.

Sit

Sit propositarum minutiarum $\frac{a}{b}$ & $\frac{a}{c}$ communis & unus numerator A. Dico eam esse proportionem $\frac{a}{b}$ minutiæ ad $\frac{a}{c}$ minutiam quæ est c ad b. Multiplicato enim a cum c & b fiunt d & e eritque c ad b ut d ad e. Sed quæ est proportio d ad e, ea est, per secun: propositionem huius, minutiæ $\frac{a}{b}$ ad minutiam a c. Quare iam, duæ illæ proportiones cum uni cuidam similes sint, etiam inter se similes erunt, atque hoc ex 11 quinti Euclid. Sicque constat propositum.

A

4

$\frac{a\,4}{b\,11}$ & $\frac{a\,4}{c\,5}$ b 11 ut $\frac{a\,4}{b\,11}$ ad $\frac{a\,4}{c\,5}$

d 20 . e 44 d 20 e 44

Cæterum si minutia aliqua ad integrum, uel integrum uicissim ad minutiam conferetur, integro unitatem subscribe, ac uirgula deinde interiecta, habebis minutiam, cum qua postea ut cum aliis opera-

operaberis exemplum est $\frac{3}{4}$ ad $\frac{2}{1}$ est proportio minoris inæqualitatis, generis multiplicis subsuperpartientis, effertur autem dupla subsuperbipartiens tertias Aliud $\frac{4}{1}$ ad $\frac{7}{9}$, est maioris inæqualitatis proportio, generis multiplicis superparticularis & exprimitur quincupla sesquiseptima. Quod si integrum adiunctam sibi habuerit fractionem, integro cum fractionis adiunctæ denominatore multiplicato, & ad productum numeratore addito, si summę posthac denominatorem subscripseris, habebis similiter fractionem, quæ nunc cum alia quam proportionem constituat per pręmissas propositiones facile cognosces, ut $3\frac{1}{2}$ ad $\frac{3}{4}$, est proportio maioris inæqualitatis, generis multiplicis superpartientis & exprimitur, quadrupla superbipartiens tertias. Ponitur autem hoc exemplum ad operationem sic.

					3		1
					18		8
7					28		20
1				Aliud exemplum.	2		
3 2	ad	$\frac{3}{4}$			9 $\frac{}{8}$	ad	4 $\frac{}{10}$
					4		3
28	ad	6					
in minimis					Ter: 9	ad	4
ter: 14	ad	3			Denominatio $2\frac{1}{4}$		
Denominatio $4\frac{2}{3}$							

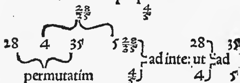
In hoc altero exemplo, propositione quarta capitis secundi in secundo tractatu freti, tam antecedens quam consequens compositi cum essent, ad primos reduximus.

His omnibus, quod scilicet integro in minutiarum tractatione, unitas subscribi, cum integro deinde, si fractio ei apposita fuerit, sic procedi debeat, his inquam omnibus hoc loco animaduersis, sequentium etiam facilior erit cognitio.

Propositio quinta.

Quarum minutiarum numeratores eam habent proportionem quam denominatores, illæ sunt inter se æquales. Quod si minutiæ fuerint inter se æquales, erit numeratorum proportio quæ est denominatorum.

Pars prior sic patet. Numerator prioris si ad numeratorem posterioris minutiæ eã, ex hypothesi, habuerit pportionem quam denominator ad denominatorem, permutatim quoque, quam proportionem habet numerator prioris ad su-



um denominatorem, eam etiam habet numerator posterioris ad suum denominatorem.

rem. Ex prima uero propoſitione huius capitis, quæ proportio eſt minutiæ ad integrum, ea eſt numeratoris ad denominatorem. Quare iam, cum aliquot quantitatum ad unam eadem ſit proportio, ſequitur ex prima parte nonæ quinti Euclidis, eas inter ſe eſſe æquales. Atque ſic prioris partis demonſtrationem attulimus. Poſteriorem etiam nunc, prioris ſcilicet conuerſam, ueram eſſe conſtat ex prima propoſitiõe huius & permutata ꝓportionalitate. Minutiæ enim ſi ſint æquales erit earum, ſeptima quinti libri Euclidis teſtante, ad integrum eadem proportio, quare etiam cuiuſlibet, numerator ad ſuum denominatorem, & permutatim poſthac etiam numerator ad numeratorem & denominator ad denominatorem unam eandemque proportionem habebunt. Atque ſic etiam poſteriori parti huius propoſitionis ſatisfactum eſſe nemo dubitabit.

$\left.\begin{matrix}\frac{28}{35}\\ \frac{4}{5}\end{matrix}\right\}$ *ad inte: propor eadẽ. quare* 28 ad 35 ut 4 ad 5

Exemplum de tribus minutijs.

Minutiæ propositæ.

$\frac{18}{24}$ $\frac{12}{16}$ & $\frac{3}{4}$

18	24	$\frac{18}{24}$		18	24
12	16	$\frac{12}{16}$	ad inte:ut	12 ad	16
3	4	$\frac{3}{4}$		3	4

Explicatio secundæ partis.

$\frac{18}{24}$		18		24
$\frac{12}{16}$	*ad inte:proportio una quarc*	12	ad	16
$\frac{3}{4}$		3		4

De Reductione ca: 11.

Hoc capite docetur, quomodo minutijs propositis, si diuersos denominatores habuerint, aliæ totidem minutiæ eiusdem denominationes & æquales inueniantur: Huius

Huius autem gratia primum præmitti oportet. Quomodo duobus uel pluribus numeris propositis, minimus ab illis numeratus reperiatur. Quod quidem ex 36 & 38 septimi eucli: sic colligitur. Propositis numeris quotcunq;, ex aminentur primum duo, primi an compositi inť se sint. Nã primi inť se si fuerint uno cum altero multiplicato, producetur numerus quem petebas, is uidelicet qui per hos ambos diuidi potest. Si uero sunt inter se compositi, his communi eorum maxima mensura ad primos reductis, multiplica uel minorem ex primis cum maiore dato, uel maiorem item ex primis cum minore dato, (nam idem semper, cum proportionales sint numeri, eueniet) & habebis quæsitum numerum. Qui iam si a tertio etiam numerari poterit, ille erit minimus a tribus propositis nũeratus. Quod si a tertio numerari non potest, quæratur alius qui ab illo & tertio numeretur, quem postea a primis duobus sumtis etiam numerari necesse est, ex hac communi animi con-

mi conceptione. Quicunque numeri numerant aliquem numerant omnē numeratum ab illo. Atque ille sic erit minimus numeratus a tribus propositis. Non aliter cum pluribus etiam, si propositi fuerint numeri operandum censeas.

Sequuntur exempla.

1 m 2 m 3 m 4 cum 5 cum
3 2 . 4 6 . 4 8 . 3 4 6 . 3 4 8
2 3 1 2 1 2 2
Mi- 6 ni- 12 mus 8 quē. 12 nume- 24 rant

Alia de pluribus numeris.

9 6 8 7 . 8 5 12 4 9
18 40
72 120
504 360

Numero

Numero itaque reperto qui per propositos omnes ac singulos diuidi potest, diuersorum denominatorum minutias ad eiusdem denominationis minutias reduces hoc modo.

Datis quotcunque minutijs diuersarum denominationum, quæratur primo numerus minimus qui per omnes denominatores propositarum minutiarum diuidi possit, & hunc inuentum pro communi omnium futurarum minutiarum denominatore habeto. Postea quoties quilibet denominator in eo, quem communem denominatorem posuimus, numero continetur, toties sumatur illius minutiæ numerator, & producentur noui numeratores, quibus tandem singulis denominatore communi subscripto, habebis propositum, minutias uidelicet propositis uel datis minutijs æquales, ab uno item atque eodem numero denominatas.

Huius

Huius exempla ſunt.

Primum		ſecundum
$\frac{3}{4}$ & $\frac{2}{3}$	item	$\frac{2}{3}$ $\frac{5}{8}$ & $\frac{7}{11}$
Reductæ		Reductæ
$\frac{9}{12}$ $\frac{8}{12}$		$\frac{176}{264}$ $\frac{165}{264}$ $\frac{168}{264}$

tertium		quartum
9 10		40 63 66
$\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$		$\frac{5}{9}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{11}{12}$
12		72

Quintum exemplum.

150	135	105	80	72	60
$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$
		180			

Quod autem inuentæ iam eiuſdem denominationis minutiæ primis datis ſint æquales, ſic demonſtrabimus. Quandoquidem communis omnium denominator toties continet quemlibet denominatorem, quoties quilibet nouus numerator priorem poſitæ minutiæ numeratorem. erit ex 17. ſeptimi Euclidis & permutata proportionalitate, numeratorum, ut denominatorum proportio, atque ex hoc iam

ſam, per precedentis quintæ primam partem, minutiæ etiam inter ſe æquales quòd quidem concludere intendebamus.

Sequitur exemplum de duabus minutijs.

5 3

7 9 8 15

35 24

$\frac{7}{9}$ $\frac{8}{15}$ 35 45, 24 45

Cō: 45 deno:

7 9 35 45 . 8 15 24 45

Aliud exemplum de tribus.

63 70 48

$\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ & $\frac{4}{7}$

Communis 84 Denominator

De

De minutiarum Additione, Subtractione & diuisione ca: iij.

Si uis minutiam minutiæ addere, uel unam ab altera subtrahere, siue unam per aliam diuidere, primum omnium nũ eiusdem an diuersæ sint denominationis cõsideres oportet. Nam eiusdem denominationis cum fuerint, numeratores tantummodo sibi addi, ac producto deinde communis illorum denominator subscribi in Additione debet, ut $\frac{2}{9}$ ad $\frac{5}{9}$ ueniunt $\frac{7}{9}$. Item $\frac{4}{13}$ & $\frac{6}{13}$ sunt $\frac{10}{13}$. Porro in Subtractione, numeratorem minutiæ subtrahendæ (quam semper minorem ponas minutia quæ subtractionem patitur) a numeratore eius a qua fit subtractio subtrahere, ac residuo deinde communem denominatorem subscribere oportet. Vt exempli caussa $\frac{2}{9}$ a $\frac{7}{9}$ subtracturus, pro residuo reseruabis $\frac{5}{9}$, quandoquidem 2 a 7 subtractis, manent 5. Similiter $\frac{6}{13}$ a $\frac{10}{13}$ si subtraxeris, relinquentur tibi $\frac{4}{13}$ Atque sic cum alijs omnibus. In diuisione deinceps, si nume-

ſi numerator diuidendæ diuiſus fuerit per denominatorem diuidentis minutiæ, communi denominatore poſthabito, diuiſione quoq; ſatisfactum eſſe, nemo dubitet, ut $\frac{2}{9}$ per $\frac{7}{9}$ partiens, pro exeunte habebit $\frac{2}{7}$. Et $\frac{10}{13}$ per $\frac{4}{13}$ diuiſæ, ueniet exiens $2\frac{1}{4}$. Toties enim $\frac{4}{13}$ in $\frac{10}{13}$ continetur.

Quod ſi diuerſa fuerit propoſitarum minutiarum denominatio, per caput præcedens illis æquales alias, ac totidem, quæ ab uno numero denominentur, minutias quæras. Hæc poſtea quomodo addi, ſubtrahi uel diuidi debeant, iam auditum eſt.

Sequuntur nunc exempla & primū quidem de Additione.

101			19		
45		56	9		10
$\frac{5}{8}$	ad	$\frac{7}{9}$, ueniūt $1\frac{29}{72}$.	$\frac{3}{4}$	ad	$\frac{5}{6}$ ueni: $1\frac{7}{12}$
	72			12	

Alia exempla.

$\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{8}$ sunt 1 $\frac{3}{8}$. $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ ad $\frac{4}{5}$ faciunt 2 $\frac{13}{60}$

Aliud.

$\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ & $\frac{7}{8}$ faciunt 2 $\frac{3}{8}$

Aliquis uendidit tot ulnas panni, quot infra notauimus. Quæritur, quanta sit uenditarum summa.

Additio minuciarum.

29 $\frac{3}{4}$						1	
25 $\frac{1}{2}$						25	
18 $\frac{2}{3}$	18	12	16	21	20	87	
12 $\frac{7}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{8}$ &	$\frac{5}{6}$	sunt 3	$\frac{5}{8}$ ul.
9 $\frac{5}{6}$			24				24
96 $\frac{5}{8}$ summa							

Appendix.

Numeratorem minutiæ cuiuscunque minorem esse oportere suo denominatore, patet. Præterea ut numerator etiam primus

primus ſit ad ſuum denominatorem, non ſolum eleganter, ſed etiam commode obſeruabitur. Quanto enim minoribus numeris minutia aliqua deſignatur, tanto propius intellectui accedit, & quanto maioribus tanto minus etiam aliquando perſpici poteſt. Quare, quomodo minutia quælibet minimis nunc perſcribatur numeris ſubiungere libuit.

Numerator & denominator minutiæ propoſitæ, ſi numeri ſint inter ſe primi minores illis numeri dari non poſſunt. Alioqui ſequeretur, adiuuante prima primi huius, numeros primos inter ſe non eſſe in ſua proportione minimos. Sed hoc eſt contrarium propoſitioni 23. ſeptimi Eucli. Quare minutiam propoſitam, cum numeratorem & denominatorem numeros inter ſe primos habeat, ob inconuenientiæ ſequelam, in minimis numeris perſcriptam eſſe concluditur. Si uero fuerint interſe compoſiti, conſidera an aliquis ultro ſe offerat numerus per quem minutiæ propoſitæ & numeratorem & denominato-

rem diuidere poſſis, atque hoc inuento, per illam etiam numeratore & denominatore diuiſis, ſi primi inter ſe exibunt numeri minutiam propoſitam, ut in ſuperiori, iam minimis numeris ſcriptam eſſe depræhenderis. Quod ſi hoc facto, adhuc compoſiti inter ſe fuerint numeri, eos ad primos maxima ipſorum communi menſura reduces, quemadmodum in tractatu de proportionibus ſupra docuimus.

Huius nunc ſequuntur exempla.

1 m   2 m

Primũ $\frac{3}{4}\frac{6}{7}\frac{4}{9}$ Compo: $\frac{3}{4}\frac{6}{6}\frac{4}{9}$ habẽt com. $7\frac{5}{6}\frac{2}{7}$
inter ſe   menſu:

$\frac{3}{4}\frac{6}{5}\frac{4}{5}$ poſsũt diuidi p $\frac{5}{6}\frac{2}{5}$, itẽ p 13, & ueniũt $\frac{4}{5}$.

Atque huius nunc multo elegantior ſcriptura eſt, intellectui etiam magis accedens, quam ſi magnis illis numeris, quibus prius ſcripta proponebatur, ſignata manſiſſet.

Quod

Quod autem iam inuenta minutia priori sit æqualis, sic demonstrari potest. Multiplicatis numeratore & denominatore minutiæ inuentæ communi ipsorum mensura, producentur prioris minutiæ numerator & denominator qui ex sæpe iam citata propositione, Cum unus numerus duos multiplicat, & reliqua, eam inter se proportionem habent, quam habet minutiæ inuentæ numerator ad suum denominatorem. Quæ cum ita sint, auxilio permutatæ proportionalitatis, & propositionis deinde in capite huius primo quintæ concludas propositum.

Sequitur exemplum.

Minutia				Nu:	de:	Nu:	de:
pposita		inuenta					
$\frac{6}{9}$	3	$\frac{2}{3}$		6	9	2	3
	commen:						

Sed quo facilius numerum aliquem per quem numeratorem & denominato-

 rem

rem minutiæ propositæ diuidere queas, excogitare possis, nota. Numerum cuius ultima figura dextri lateris est 5 per quinque etiam diuidi posse. Quod si figura nihili. o. fuerit numerus ille per decem, atque sic etiam quinque eius medietatem diuidi potest. Numerus item cuius figuræ, quælibet scilicet seorsim, omnes simul sumtæ, 9 semel uel aliquoties præcise constituunt, is per nouem etiam, uel per tria diuiditur. Numerum præterea parem mediari posse, nemini ut credo, dubium est. Atque hæc sunt quæ generaliter tibi hac in re præscribi possent. Tota autem ratio superius exposita est, sed ad celeritatem plurimum usus conferet.

Conducit autem huic negotio non parum, ut illa te assuefacias diuisione, qua aliqui uti solent, cum diuisor unam tantum figuram habuerit. Nam ibi diuisorem qui alias diuidendo subscribitur, mente seruant, & partem ab eo denominatam per singulas diuidendi figuras quærunt, dicendo, Sexta, septima, tertia item uel

octaua

octaua pars de 9, 13, 28 & similibus, atque residuos deinde, si qui fuerint, quasi secundo loco positos, sequentibus iungunt.

Huius textus subiunximus tale exemplum.

Animus sit diuidere. 5886 per 9, dic nona pars ex 58 (quoniam in 5 non potest haberi) sunt 6, & præcedentibus manent 4, quæ cum 8, 48 sunt, horum nona pars sunt 5 & manent 3, nona uero pars ex 36 sunt 4. Eritque totius propositi numeri 5886 nona pars 654. Huius sextam partem nunc, si simili modo quæsiueris, 109 reperies. Sic alios numeros omnes te diuidere assuefacies.

Quomodo nunc quælibet minutia in monetam, pondus uel mensuram resoluēda sit, deinceps explicabitur.

Minutiæ propositæ numerator multiplicetur cum ualore integri, seu numero

partium quibus uniuersis integrum confici uolumus, producto posthac per denominatorem diuiso, exibit propositum, ut si interrogatus fueris, quid $\frac{3}{4}$ centenarij ponderis resolute ualeant, Multiplica 3. minutiæ numeratorem cum 110, nam tot libræ centenarium pondus conficiunt, & producentur 300. his nunc per 4 denominatorem diuisis, pro exeunte habebis 75 libras. Atque tot libris tres centenarij ponderis quartæ æquantur, Huius uide hanc figuram.

2
Cẽtenarij põderis $\frac{3}{4}$ cũ 100 ꝓdu: 300
75 li:
4

Aliud exemplum.

$\frac{4}{5}$ florini Vuirtenber: sunt 16 solidi. In Misnia uero 12 grossi.

Quod si facta diuisione, adhuc quid superfuerit, illud cum ualore suo multiplica, et quod producetur per denominatorem

rem minutiæ diuidito Atque hoc quousq; ad ultimam monetæ ponderis uel mensuræ appellationem perueneris facias oportet

Exempla sunt.

Ex libra romana centenaria, quæ $12\frac{1}{2}$ unciarum est, si $\frac{5}{8}$ ad minutiores huius põderis appellationes resolueris, quantum prodierit?

Facit 7 un: 6 drach: & $\frac{1}{2}$.

$\frac{5}{8}$, numeratore 5. cum $12\frac{1}{2}$ multiplicato, producuntur $1\frac{2}{2}5$, hæc per 8. denominato rem diuisa, ueniẽt ut prius 7 un: $6\frac{1}{2}$ drach:

Libræ romanæ exactæ $\frac{5}{8}$ sunt 7. un: 4 drach:

Sic reliquas omnes cuiuscunque appellationis minutiæ fuerint, ipsius appellationis monetarum, ponderum uel mensurarum ualore cognito, resoluere poteris.

Hoc idem compendiosius fieri poterit hoc modo.

In minutijs resoluendis, si numerus ualoris cum quo numerator multiplicari de-

beat,& denominator communem numerum habuerint per quem diuidendo minores reddi possunt, diuidantur sane per illum. Nam si deinde cum exeuntium uno, nempe eo qui de ualoris numero exierat, numeratorem multiplicaueris, per alterum uero productum diuiseris idem ac si cum prioribus, compositis scilicet, res acta fuisset, eueniat necesse est. ut exempli gratia sumantur $\frac{7}{12}$ florini quemadmodum agud Mercatores usum florini esse solere supra diximus, resoluendæ in solidos,

		2
$\frac{7}{12}$ flo:	20 so:	7 5
	Facit	11 so: 8 obo
		3

Libræ Zygostaticæ $\frac{5}{6}$ auri
sunt 6 unciæ & 2 duellæ

	2
$\frac{5}{6}$ cum 8	2 8
Facit	6 un: 2 duel
	3

Hæc

Hæc & ſimilia omnia demonſtrari po terunt per propoſitionem, Si unus, duos, uel duo item unum numerũ multiplicauerint &c.

Hoc compendio in exemplis etiam regulæ Proportionum uti poteris, cum numero ualoris & diuiſore, facta iam una atque altera diuiſione, ut paulo poſt patebit.

Reſtant etiam nunc exempla Subtractionis et diuiſionis, quę deinceps exponemus.

Exempla Subtractionis.

22 7

27 49 8 15

$\frac{3}{7}$ de $\frac{7}{9}$ ma: $\frac{22}{63}$ item $\frac{4}{9}$ de $\frac{5}{6}$ ma: $\frac{7}{18}$

63 18

Alia.

$\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$ relin: $\frac{1}{12}$ item $\frac{5}{6}$ de $\frac{11}{12}$ relin: $\frac{1}{12}$

De

De panno cuius longitudo est 48 ulnarum, uendidit quidam ulnas $34\frac{1}{2}$. Quæritur nunc, quot adhuc ulnæ remanserint.

Facit $13\frac{1}{2}$.

48	Aliud	$39\frac{1}{2}$	Aliud	$48\frac{3}{4}$	Aliud	$50\frac{1}{2}$
$34\frac{1}{2}$		18		$35\frac{1}{2}$		$41\frac{2}{3}$
$13\frac{1}{2}$		$21\frac{1}{2}$		$13\frac{1}{4}$		$8\frac{5}{6}$

Duobus minutijs inæqualibus datis utra maior sit cognoscere.

Cum in subtractione id quod subtrahitur, semper minus debeat esse eo a quo fit subtractio, operæ precium est scire iam duabus minutijs propositis, utra maior sit utra item minor. Hoc ut cognoscatur, multiplicetur utriusque numeratur cum alterius minutiæ denominatore, & cuius post hac numerator maiorem numerum produxerit, illã etiam pro maiore minutia habeto, cuius item minorem hæc itidem sit tibi minutia minor, ut $\frac{3}{4}$ maior minutia est

eſt quam $\frac{1}{3}$, cum ter tria etiam maiorem quam ſemel quatuor producant numerum. Quare iam $\frac{3}{4}$ uel $\frac{1}{3}$, ut maior minutia de minori ſubtrahi non poteſt.

Sequuntur exempla.

1 m			2 m		3 m
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$ ·	$\frac{4}{11}$	$\frac{7}{9}$ ·	$\frac{3}{5}$	$\frac{37}{35}$
9	4	36	77	105	185

Hæc aliquo modo demonſtrare poteris propoſitione ſecũda primi huius, tali figura.

$\frac{3}{4}$ $\frac{5}{9}$

27 20

$\frac{3}{4}$ ad $\frac{5}{9}$ ut 27 ad 20.

Quoniam autem & hic & illic maior eſt proportionis inæqualitas, hæc autem antecedentem ſemper maiorem habet ſuo conſequente. Hinc colligitur minutiam $\frac{3}{4}$ etiam maiorẽ eſſe minutia $\frac{5}{9}$ quod quidem demonſtrare propoſitum erat.

Alia

Alia ratio qua cognosci potest quæ fractio minor sit.

Duabus uel quotlibet fractionibus positis, cuius numerator ad suum denominatorem maiorem habet proportionem, illa fractio maior est, & cuius minoremm, inor. Hæc sic patent.

Sint datæ minutiæ $\frac{a}{b}\frac{4}{9}$ & $\frac{c}{d}\frac{5}{12}$, habeat item a numerator prioris minutiæ maiorem proportionem ad suum denominatorem b quam c ad d. Dico $\frac{a}{b}$ minutiam, pro prima parte huius propositionis, maiorem esse quam sit $\frac{c}{d}$ minutia. Nam, per primam propositionem primi huius, minutia $\frac{a}{b}$ ad integrum est ut a ad b, numetator ad suum denominatorem, similiter $\frac{c}{d}$ ad integrum, ut c ad d. Sed quoniam ex hypothesi maior est proportio a ad b quam c ad d, maior etiam erit proportio $\frac{a}{b}$ quam $\frac{c}{d}$

ad

ad integrū. Quantitatū autem ad unā aliquam habentium proportionem, quæ maiorem proportionem habuerit illa maior erit, ut ex prima parte decimæ propositionis quinti apud Eucli: clarum est. Minutia igitur $\frac{a}{b}$ maior est $\frac{c}{d}$ minutia. Quod erat demonstrandū. Secunda pars patet ex prima.

Minutiæ propositæ $\frac{a\,4}{b\,9}$ $\frac{c\,5}{d\,12}$

$\frac{a}{b}$ $\frac{c}{d}$ ad integram ut { a c } ad { b d }

Exempla diuisionis.

8 9 — $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$, exeunt $\frac{8}{9}$ — 12

itm 12 5 — $\frac{4}{5}$ per $\frac{1}{3}$, exeunt $2\frac{2}{5}$ — 15

Diuidenda Diuidens Exiens Diuidenda Diuidens Exiens

$3\frac{1}{2}$ per $\frac{5}{8}$, exe: $5\frac{3}{5}$, item $\frac{5}{8}$ per $3\frac{1}{2}$, exe: $\frac{5}{28}$

Alia.

$2\frac{1}{3}$ per $3\frac{1}{4}$, item $3\frac{1}{4}$ per $2\frac{1}{3}$, item 3 per $\frac{5}{9}$
exe: $\frac{28}{39}$ exe: $1\frac{11}{28}$ exe: $5\frac{2}{5}$

Subiectio utilis ad priora.

Minutiam exeuntem in exemplis aliquando maiorem uideri diuidenda, anim aduertere potuisti, atque etiam mirari qui hoc fiat, sed tamen si consideres quod diuisio nihil aliud sit, quam uidere quoties diuidens in re diuidenda contineatur, atque etiam quod, quo plures ad rem aliquam diuidendam fuerint, eo minus singulis cedere soleat, & quo item pauciores eo plus etiam, omnem tibi scrupulum hac in re facile exemeris.

Non est ut hic expectes, quibus principijs Additionis, Subtractionis uel diuisionis etiam operationem ueram esse demonstrari possit. Nam si consideres propositas minutias, quarum diuersa fuerat denomi-

denominatio, iam ab uno eodemque numero denominari eas modo non ut minutias, ſed ut integra tractari dices. Proinde eſt enim dicere, tres undecimæ $\frac{3}{11}$ & ſeptem undecimæ $\frac{7}{11}$, ſunt decem undecimæ $\frac{10}{11}$, ac ſi diceretur, tres aurei & ſeptem aurei, ſunt decem aurei. Non aliter de ſubtractione & diuiſione intelligendũ eſt. Quare præcedentis iam capitis ut memineris, te admonitum uolo, ne quid hac in re certitudinis tibi deeſſe conqueraris.

Alius modus diuidendi minutiam per minutiam.

Cum in diuiſione, ut dictum eſt, communi denominatore opus non ſit, ne neceſſe quidem eſt ut ipſam quæras, ſed ſolum multiplica numeratorem diuidendæ cum denominatore diuidentis minutiæ & producetur numerator uel diuidendus, ſimiliter numeratorem diuidentis cum denominatore diuidẽdæ minutiæ & ꝓducetur exeuntis minutiæ denominator uel diuidens.

uidens. Atque ita præparatis numeris, diuisionem, ut solet, exequeris.

Huius nunc sequitur unum atque alterum exemplum.

$\frac{7}{9}$ per $\frac{3}{8}$ exeunt $2\frac{2}{27}$ item $\frac{4}{9}$ per $\frac{8}{15}$ exeunt $\frac{60}{72}$ minores per 6 . $\frac{10}{12}$ per $2\frac{5}{6}$

Denominator uel diuidēs
Nūerator uel diuidendus

Siquidem numeratores & denominatores minutiarum propositarum, quarum una per alteram diuidi debet, communi aliquo numero diuidi possunt, diuide sane illos & cum exeuntibus postea exequere negocium. Nam sic non solum citius, sed artificiosius etiam exeuntem minutiam exequeris.

Exempla

Exempla de Numeratoribus.

1 2 3 5

$\frac{4}{5}$ per $\frac{8}{9}$, exe: $\frac{9}{10}$ item $\frac{6}{7}$ per $\frac{10}{13}$ exe: 1 $\frac{4}{35}$

Exempla de denominatoribus

$\frac{3}{4}$ per $\frac{7}{12}$ exe: 1 $\frac{2}{7}$ item $\frac{3}{8}$ per $\frac{5}{6}$, exe: $\frac{9}{20}$

1 3 4 3

Exempla amborum.

1 3 3 5

$\frac{3}{4}$ per $\frac{9}{10}$ exe: $\frac{5}{6}$ item $\frac{6}{7}$ per $\frac{10}{21}$ exe: 1 $\frac{4}{5}$

2 5 1 3

Alia exempla.

$\frac{3}{4}$ per $\frac{9}{16}$, exe: 1 $\frac{1}{3}$. item $\frac{8}{15}$ per $\frac{12}{25}$, exe: 1 $\frac{1}{9}$

Alia diuidendi ratio.

Propositis duabus minutijs, quarum altera per alteram diuidi debeat, diuide numeros diuidendæ per numeros diuidentis minutiæ si potueris, numeratorem per numeratorem & denominatorem per denominatorem, & negocium absolueris. Nam sic exibit minutia, quoties diuidens in minutia iam diuisa contineatur indicans.

Exemplum.

$\frac{9}{20}$ per $\frac{3}{5}$ diuisæ, pro exeunte ueniunt $\frac{3}{4}$. Nam 3 numerator diuidentis, in 9 numeratore diuidendæ minutiæ ter, 5 uero denominator in 20 denominatore quater continetur. Sic in alijs operaberis.

Alia exempla.

$\frac{8}{9}$ per $\frac{2}{3}$ item $\frac{9}{16}$ per $\frac{3}{4}$

exe: $\frac{4}{3}$ uel $1\frac{1}{3}$ exe: $\frac{3}{4}$

Facilis

Facilis eſſet hæc diuidendi ratio, ſi ſemper numeri diuidendæ per numeros diuidentis minutiæ diuidi poſſent. Sed quoniam non raro hoc aliter accidit, quomodo tum diuidendæ minutiæ ſuccurrendũ ſit, quo eius numeri per numeros diuidentis diuidi poſſint, ſequentibus doceberis. Quæratur minimus numeratus a numeris diuidentis minutiæ, hunc inuentum & exempli cauſſa nominatum A, primo cum numeratore deinde etiam cum denominatore diuidendæ minutiæ multiplica, & habebis pro numeratore & denominatore numeros alios, & tales quidem qui per numeros diuidentis minutiæ diuidi poſſint. Hi etiam numeri, eandem cum diuidenda minutiam conſtituũt. Nam quod ſint ita ut diximus, diuiſibiles, patet ex illa communi animi conceptione Quicunque numeri numerãt aliquem, numerant omnes ab illo numeratos. Deinde etiã quod hæc minutia nouis numeris præſcripta, ſit datæ diuidendæ minutiæ æqualis, ſic habeto. Nũeri inuẽtæ minutiæ

cum producantur ex multiplicatione unius numeri A cum numeris diuidendæ minutiæ, erit numerator diuidendæ ad suum denominatorem in ea proportione in qua est numerator inuentæ minutiæ ad suum denominatorē. Quare permutatim, ut numerator diuidendæ ad numeratorem minutiæ inuentæ, sic etiam denominator illius ad denominatorem huius. Minutia igitur inuenta & ea quæ diuidi debeat, ut propositio capitis primi huius tractatus quinta affirmat, sunt inter se æquales. Quod quidem uolebamus ostendere.

Sequitur exemplum.

Diuiden: | Diuidēs | Minimus nūeratus | minutia iā inuēta | Exiēs

$\frac{7}{9}$ n $\frac{4}{5}$ A 20 $\frac{140}{120}$ $\frac{35}{36}$. 7 ad 9 ut 140 ad 180

Aliud

Aliud exemplum.

$$\begin{array}{l} \phantom{\tfrac{7}{8}\text{ per }\tfrac{2}{9}\quad A\quad 18\quad \tfrac{126}{144}\quad} 1 \\ \phantom{\tfrac{7}{8}\text{ per }\tfrac{2}{9}\quad A\quad 18\quad \tfrac{126}{144}\quad} \not{3}5 \\ \tfrac{7}{8}\text{ per }\tfrac{2}{9}\quad A\quad 18\quad \tfrac{126}{144}\quad 6\not{3}\quad (3\tfrac{15}{16} \\ \phantom{\tfrac{7}{8}\text{ per }\tfrac{2}{9}\quad A\quad 18\quad \tfrac{126}{144}\quad} \not{1}6 \end{array}$$

Compendio, quod in diuisione minutiarum diuersarum denominationum de numeratoribus & denominatoribus præscripsimus, & hic, antequam operari incipias uti poteris.

De Mediatione & duplatione ca: IIIJ.

Minutiam propositam mediare si uelis, numeratoris illius medietati, ex tertia propositione primi huius, denominatorem subscribito. uel si hoc, propter numeratoris imparitatem fieri non poterit, ex quarta primi huius, denominatoris duplo numeratorem suprapone. Quod si duplare intenderis, per quartam propositionem

duplo numeratoris denominatorem ſubſcribito, uel etiam, ut colligitur ex tertia, medietati denominatoris numeratorem ſuprapone.

Mediationis exempla ſunt.

$\frac{4}{5}$, eius medietas $\frac{2}{5}$. item $\frac{7}{9}$, me: $\frac{7}{18}$

Duplationis uero.

$\frac{3}{5}$, eius duplum $\frac{6}{5}$. item $\frac{3}{10}$, du: $\frac{3}{5}$.

De Multiplicatione ca: v.

Multiplicatio in minutijs perficitur, ſi numerator cum numeratore, denominator item cum denominatore multiplicetur. Nam ſic proueniunt duo numeri, quorum prior numeratorem, poſterior uero denominatorem productæ ex multiplicatione minutiæ repræſentabit. Producta autem minutia huiuſmodi eſt, quæ ſe habet ad alteramutram poſitarum, ſicut ad unitatem

unitatem reliqua. Hoc uno atque altero exemplo premiſſo, paucis demonſtrabimus.

Exempla.

$\frac{5}{9}$ cũ $\frac{7}{8}$, producũtur $\frac{35}{72}$. item $\frac{4}{5}$ cum $\frac{6}{7}$, p $\frac{24}{35}$

Demonſtratio.

Sint datæ minutiæ $\frac{a}{b}$ & $\frac{c}{d}$, multiplicetur que numerator a cum numoratore c & producatur e, denominator item b cum denominatore d & producatur f, dico $\frac{e}{f}$ minutiam produci ex multiplicatione datarum minutiarũ unius cum altera. Illam itaque eam eſſe, quæ ſe habet ad alteram utram datarum, ſicut reliqua ad unitatem. Hoc ut intelligi poſſit, multiplicetur primum f cum c & proueniat g, item e cum d & proueniat h, erit per quartã ſecundi capitis in ſecun: tractatu, a ad f, ut e ad g, at que ſic permutatim etiam, a ad e, ut f ad g. Similiter per eandem quartã, e ad b ut h ad f. Ordinatis ergo iam duopus quanti

C E B
4 8 3 A 2 H 40 e 8
a 2 f 15 d 5 f 15
e 8 f 15
e 8 9 60 h 40 f 15
a fute 9 e buthf B 3 G 60 c 4 / d 5

tatum ordinibus, quarum prima prioris ordinis quantitas sit a, secunda e, tertia uero b. Posterioris uero ordinis quantitates sint, prima h, secunda f & tertia deinde g, erit ex 23 quinti Eucli: iuxta perturbatam proportionalitatem, a ad b ut h ad g. Sed ut h ad g sic etiam, ex secūda propositione primi capitis huius, $\frac{c}{f}$ minutia ad $\frac{c}{d}$ minutiam. Quare iam duas proportiones, uni cum sint eædem, inter se etiam easdem esse si 11: quinti Eucli: crediderimus, oportet, eritque $\frac{c}{f}$ minutiæ ad $\frac{c}{d}$ minutiam proportio, ut a ad b, quare etiā ex prīa primi huius, ut $\frac{a}{b}$ minutiæ ad unitatem. Habes igitur propositum, minutiam scilicet inuentam eam esse, quæ se habet ad alteram datorum

torum $\frac{c}{d}$, sicut se habet reliqua $\frac{a}{b}$ ad unitatē.

Appendix.

In multiplicatione minutiæ cum minutia, si numerator unius & denominator alterius minutiæ numeri compositi fuerint eos communi ipsorum mensura, antequā multiplicaueris, ad primos reducere poteris. Nam cum primis deinde si operatus fueris, quemadmodum cum compositis idem & citius etiam assequeris.

Exempla sunt.

$\frac{7}{8}$ cum $\frac{4}{9}$. item $\frac{6}{7}$ cum $\frac{3}{4}$. item $\frac{5}{9}$ cum $\frac{3}{10}$
pro: $\frac{7}{18}$, pro: $\frac{9}{14}$, pro: $\frac{1}{6}$

Sequuntur alia exempla.

15

$\frac{3}{1}$ cum $\frac{2}{3}$. item $\frac{5}{8}$ cum $\frac{6}{1}$. item ≯ $\frac{\not{1}}{2}$ cū $\frac{4}{5}$
pro: 2, pro: $3\frac{3}{4}$, pro: 6

Adhuc

Adhuc alia.

$\frac{15}{7\frac{1}{2}}$ cum $\frac{9}{1}$. item $\frac{28}{5\frac{3}{5}}$ cum $\frac{25}{3\frac{1}{8}}$

pro: $67\frac{1}{2}$ pro: $17\frac{1}{2}$

Vtilis quædam ad priora ſubiectio.

Minutiam ex multiplicatione productam interdum minorem eſſe minutia tam, multiplicante quam multiplicanda, non mirabitur qui cogitauerit, eius quod multiplicari debet, quo maior ſit quantitas multiplicans, eo maius etiam productum exiſtere, & quo minor eo etiam minus. Ex quo patet, minutia ter uel quater ſumta, maiorem minutiam produci, quam ſi ſemel tantum, uel minus etiam quam ſi ſemel ſumeretũ. Hæc quo fiant clariora, ſumatur huiuſmodi exemplum. Minutia $\frac{3}{4}$ quater ſumta 3 producuntur integra, bis uero ſumta producitur $1\frac{1}{2}$, ſed ſemel tantum, cum unitas non multiplicet ſeipſam producitur. Quod ſi minus quam ſemel ſumatur

ſumatur profecto non ipſam, nec ſeipſa maiorē, ſed minorem producat oportet. Ideoque fieri neceſſe eſt, ut ſolæ minutiæ per ſolas multiplicatæ, ſemper minores reddantur.

De radicum extractione ca: VI.

In radice quadrata uel etiam cubica propoſitæ minutiæ inuenienda, non aliter tibi operandum ſcias, quã ut & numeratoris & denominatoris radicem quæras. Quod ſi hanc alteruter non habuerit, ſiue numerator ſeu denominator, non eſt ut in altero quæras, fruſtra ſcilicet in uno tantum reperturus, ſed tamẽ minutiæ tali, ut in integris fieri ſolet, conſuetam notam appones. Idem facies cum ambo radice caruerint. Hoc obiter & ipſum admonere te uoluimus.

Exempla de radice quadrata.

$\frac{9}{16}$ $\frac{3}{4}$. $\frac{25}{144}$ $\frac{5}{12}$. $\frac{576}{1296}$ $\frac{24}{36}$

Alia exempla.

$\frac{67}{81}$ ra: $\frac{67}{81}$. $\frac{9}{13}$ ra: $\frac{9}{13}$. $\frac{7}{8}$ ra: $\frac{7}{8}$

Exempla de radice cubica.

$\frac{8}{27}$ $\frac{2}{3}$. $\frac{54}{125}$ $\frac{4}{5}$. $\frac{1728}{2197}$ $\frac{12}{13}$,

Alia exempla.

$\frac{45}{64}$ ra:cu: $\frac{45}{64}$. $\frac{8}{15}$ ra:cu: $\frac{8}{15}$: $\frac{7}{9}$ ra:cu: $\frac{7}{9}$

De Progreſsione ca: vij.

Quottuplex ſit progreſſio, quæ item uniuſcuiuſque definitio in ſuperioribus diximus, reſtat nunc ut dicamus de illarũ ſumma colligenda. Arithmeticæ itaque progreſſionis ſummam ſic colligas. Propoſitarum minutiarum primam ultimæ iunge, atque ſummam eius, ut in integris dictum eſt, cum ſeriei medietate multiplica. Vel, prima minutia ultimæ addita, atque eius quod uenerit medietatem cum numero ſeriei multiplica & habebis omnium

nium propositæ progressionis minutiarum summam. Hoc sequenti exemplo patebit

1 $\frac{2}{3}$
1 $\frac{1}{2}$
1 $\frac{1}{3}$
1 $\frac{1}{6}$
1

$\frac{5}{6}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$

1 $\frac{2}{3}$ | 1 $\frac{2}{3}$
$\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$
1 $\frac{5}{6}$ uel sic | 1 $\frac{5}{6}$

Huius medietas sũt $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$, cũ 10. nũc erit sum: 9 $\frac{5}{6}$) 5) ro seriei multiplicatis, idẽ ueniet.

In Geometrica porro progressione, cum in minutijs non aliter quam in integris quantitatum summa colligatur, uno atque altero exemplo exposito, deinceps ad reliqua pergemus.

Vltima

Vltima { quantitas uel fractio

$\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{27}$, $\frac{8}{81}$, $\frac{16}{243}$

8 665

16 34 64 729

$\frac{16}{243}$ $\frac{8}{81}$ secun: prima $\frac{16}{243}$ ab $\frac{3}{4}$ ultima

243 972

ma: $\frac{8}{243}$ ma: $\frac{665}{972}$

Quantitates uel minutiæ proportionales.

$\frac{8}{243}$ ad $\frac{16}{243}$ sicut $\frac{665}{972}$ ad facit 1 $\frac{179}{486}$ Et tanta est summa quantitatum uel minutiarum quæ ultimam præcedunt, atque huic nunc ultima addita, quanta omnium in proposita progressione minutiarum summa sit, apparebit.

Aliud exemplum in proportione generis Multiplicis superpartientis.

ut 2 $\frac{3}{4}$.

$\frac{33}{20}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{6}{35}$, $\frac{24}{605}$, $\frac{96}{6655}$

Quan-

Quantitates proportionales.

$\frac{158}{6655}$ ad $\frac{26}{6655}$ ſicut $\frac{8631}{10648}$ ad Facit $\frac{1233}{\text{[illegible]}}$

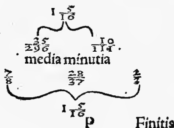
Hæc minutia ultimæ in progreſſione quantitati addita ſi fuerit, ut ſequitur, quanta omnium propoſitæ in hoc genere progreſſionis minutiarum uel quantitatum ſumma ſit apparebit.

$$\frac{68583}{24660 \quad .43923}$$

$\frac{1233}{2662}$ ad $\frac{33}{40}$, ueni: $1\frac{15343}{53240}$ Et

53240 tanta eſt huius ꝓgreſſionis ſumma

Sequitur exemplum progreſsionis Harmonicæ.



Finitis iam speciebus de minutijs, operæpretium esset earum etiam probationem, qua quisque sui laboris & facti certitudinem experiri possit subijcere. Sed quoniam hæ de minutijs non aliter quam illæ species de integris mutuo inter se altera alteram probat, te huius saltem admoniti tum esse uolui.

De Minutijs minutiarum ca: ultimum.

Quandoquidem primum iam diuisionis membrum, fractionem scilicet simplicem uel principalem satis superque explicuimus, quid nunc Minutia minutiæ, ut alterum etiam membrum perficiatur, sibi uelit dicemus.

Est autem minutia minutiæ, ut & nomen ipsum indicat, nihil aliud quam pars partis. Atque in hoc a simplici minutia differt, quod hæc integro, illa uero parti uel minutiæ adhereat. Cum enim dico $\frac{3}{4}$ florini,

ni,ibi $\frac{3}{4}$ integro, florino scilicet, adherent. Sed si dixero $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$, iam $\frac{3}{4}$ non integro ut modo, uerum uni medietati, $\frac{1}{2}$, adherent. Sic de reliquis omnibus intelligas.

Hæ minutiæ minutiarum numeratores & denominatores habent æquales numero. Hoc est, si numeratores fuerint duo tres uel quatuor totidem & denominatores erunt, ut $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ libræ Zygostaticæ. Hæc minutia minutiæ habet duos numeratores, duos item denominatores, & exprimitur, duæ tertiæ de tribus quartis, & tantum est ac si diceres, $\frac{1}{2}$ libræ. Nam libræ $\frac{3}{4}$ sunt 24 semuntiæ, harum iam $\frac{2}{3}$, 16 semuncijs ualent, atque tot etiam semuntiæ semilibram Zygostaticam efficiunt.

Aliud exemplum.

$\frac{7}{8}$ de $\frac{3}{7}$ ex $\frac{8}{9}$

Hæc minutia minutiarum tres habet numeratores, tres item denominatores, exprimitur autē, Septē octauæ de tribus septimis octononarū unius uel pluriū Corona-

 torū atq; tantū

tantum ut ualet quantũ $\frac{1}{3}$ coronati, quod ex resolutione superioris, si hanc simili modo resolueris, clare patet: Nam $\frac{8}{9}$, ut prima minutia adheret integro, secunda uero $\frac{3}{7}$ scilicet, minutiæ $\frac{8}{9}$ adheret, atque sic minutia minutiæ dicta, Tertia posthac $\frac{7}{8}$, prioribus $\frac{3}{7}$ & $\frac{8}{9}$ adheret, quare minutia minutiarum appellanda est. His duobus exemplis, quo pacto omnes propositas alias minutiarum minutias exprimere possis, satis ostensum tibi esse credo. Nunc illæ quomodo per singulas species, additionem uel subtractionem & id genus tractandæ sint deinceps docebimus.

Minutiæ minutiarum, quæ uel sibi addi, uel per aliam speciem tractari debeant, primum omnium ad simplices minutias ut redigas opus fuerit. Hoc facto illas postea uel adde, uel unam ab altera subtrahe uel unam item per alteram diuide, uel eas inter se multiplica, quemadmoum in simplicibus ostensum est.

Quomodo

Quomodo ex minutijs minutiarum ſimplices minutiæ fiant, ſequitur.

Ex minutijs minutiarum ſimplices facies minutias, primo nũeratores ſi deinde etiam denominatores ordine interſe multiplicaueris, primum quidem numeratorem uel denominatorem cum ſecundo, productum poſtea numerum cum numeratore uel denominatore tertio, & ita ad finem uſque. Sic enim producuntur duo numeri ex binis ordinibus, quorum alter ſit numerator & alter denominator, ſimplicem iam minutiam, cuius denominatio ab integro pendet, priori minutiæ minutiarum æqualem componentes.

Sequuntur exempla.

$\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ centenarij ponderis, ſunt $\frac{8}{15}$
Reſolute 53 li: Zy: 10 $\frac{2}{3}$ ſemun:

$\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{7}$ ex $\frac{7}{8}$ libræ Zygoſtaticæ, eſt $\frac{1}{8}$
ualet pondere 2 un: uel 4 ſemuntijs
$\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ ex $\frac{5}{6}$ libræ numulariæ, ſunt $\frac{5}{12}$
ualent pondere 3 un. 1 duella
$\frac{3}{7}$ de $\frac{4}{9}$ florini, ſunt $\frac{4}{21}$ florini, ualent in moneta Vuirtenbergenſi 5 ſo: & 2 num:

Huius ſecundi membri de minutijs minutiarum, tantum una eſt ſpecies, illa uidelicet per quam ſimplices minutiæ illis æquales reperiantur, & hanc nunc demonſtrare conabimur.

Sit pro exemplo $\frac{a}{b}\frac{2}{3}$ de $\frac{c}{d}\frac{4}{5}$ Hanc minutiam minutiæ ſi, ut modo traditum eſt, tractaueris minutiam ſimplicem $\frac{e}{f}\frac{8}{15}$ inuenies. Hæc minutia ſimplex ab integro denominatur & cum propoſita minutia minutiæ $\frac{a}{b}\frac{2}{3}$ de $\frac{c}{d}\frac{4}{5}$ eſt æqualis. Quod quidem ſic demonſtrari poteſt. Multiplicetur b cum c, & fiat g. Nunc quoniam per 1 primi huius, $\frac{c}{d}$ minutiæ ad integrum ea eſt proporcio quæ eſt numeratoris c ad ſuum denominatorem d, atque per eandem, $\frac{a}{b}$ ad ſuum integrum $\frac{c}{d}$ ut a ad b.

a2 b3 b3

$\frac{a\,2}{b\,3}$ $\frac{c\,4}{d\,5}$ $\frac{c\;8}{f\,15}$ c4 c4 d5

e8 g12 g12 f15

Sed a ad b est ut e ad g, c item ad d numerũ ut g ad f, unus enĩ duos, uel duo unũ numerum multiplicant. Igitur quæ est proportio $\frac{a}{b}$ ad $\frac{c}{d}$, minutiæ scilicet ad suum integrum, ea est etiam e ad g, & similiter quæ est $\frac{c}{d}$ ad integrum ea est g ad f. Nam quæ eidem sunt eædem proportiones, inter se easdem esse, 11 quinti Eucli: propositio testatur. Quare per æquam proportionalitatem, $\frac{a}{b}$ minutia minutiæ ad integrum est ut e ad f, Sed e ad f, numerator ad suum denominatorem, est ut minutia $\frac{e}{f}$ ad integrum. Minutia igitur $\frac{a}{b}$ minutiæ $\frac{c}{d}$ & $\frac{e}{f}$ simplex minutia ab integro denominata, cum ad unam & eandem quantitatem habeant proportionem eandem, per primã partem 10 propositionis in quinto Euclidis inter se æquales erunt. Atque hoc erat demonstrandum.

Quo autem clariora essent ea quæ supra exposuimus, hanc tractationem subiectã pro exemplis rationis nostræ ascribere placuit.

Pro Additione.

92

36 56

$\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$ ad $\frac{8}{9}$, ueni: $1\frac{29}{63}$

63

Item $\frac{1}{2}$ trium quartarum ad $\frac{2}{3}$ quinq; florinorum, in moneta cuius florinus 20 solidis, solidus uero 12 obolis ualet.

Facit 3 flo: 11 so: 8 obo:

Ponitur ad operationem sic.

1 10 7 14

3 4 70

$\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ ad $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{1}$, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{3}$ 11 so: 8 obo

4 3 12 6

$\frac{1}{4}$ ad $2\frac{1}{3}$

Aliud

Aliud exemplum.

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{4}{5} \text{ ex } \frac{3}{5} \text{ Ad } \frac{7}{9} \text{ de } \frac{1}{3}, \text{ ueniunt } \frac{62}{135}$$

(schema: $\frac{27}{135}$, $\frac{35}{135}$, summa 62)

Pro Subtractione.

$$\frac{7}{9} \text{ ex } \frac{8}{11} \text{ De } \frac{3}{4} \text{ ex } \frac{5}{6}, \text{ manent } \frac{47}{792}$$

(schema: $\frac{448}{56}$, 99; $\frac{495}{5}$, 8; 47; 792)

Item $\frac{3}{5}$ duarum tertiarum florini, subtractæ a $\frac{7}{8}$ 12 florinorum, in moneta Vuirtenbergensi manent 10 flo: 2 so: 4 num: $\frac{4}{5}$

Aliud exemplum.

$\frac{4}{5}$ ex $\frac{7}{8}$ minus $\frac{5}{9}$, Quanta est hæc minutia?

Facit $\frac{13}{90}$

Pro Diuisionis.

$\frac{3}{4}$ de $\frac{6}{7}$ per 8. Item 4 per $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{9}$
exeunt $\frac{9}{112}$ exeunt $13\frac{1}{2}$.

Aliud.

$$\overset{7}{\underset{16}{\overline{\underline{\tfrac{7}{8}\text{ de }\tfrac{5}{7}\text{ ex }\tfrac{4}{7}\text{ de}}}}}\tfrac{3}{4}\ \text{ per }\ \tfrac{7}{12}\ \overset{7}{\underset{4}{\overline{\underline{\text{de }\tfrac{3}{1},\text{ exit}\tfrac{1}{4}}}}}$$

Aliud.

$\frac{5}{9}$ minus $\frac{2}{3}$ unius medietatis per $\frac{6}{13}$ ex $\frac{5}{6}$
exit $1\frac{12}{26}$

Pro Multiplicatione.

$\frac{7}{9}$ de $\frac{3}{14}$ cum $\frac{4}{5}$ Item $\frac{6}{11}$ ex $\frac{3}{8}$ cum $\frac{4}{7}$ unius integri pro; $\frac{2}{15}$ producuntur $\frac{9}{77}$ integri.

Atque

Atq; hæc sunt quæ tibi hac in re ostenden da esse putauimus. Cætera si qua sunt, usus qui optimus artium magister est, te docebit.

Sequitur de Minutijs p hysicalibus tractatus quartus.

De Additione ca: primum

Physici sua integra in grad9, grad9 uero in minuta, & minuta demũ in secũda, ac secunda deinceps in tertia distribuunt, atque sic naturali numerorum ordinę procedunt. Nam integrum nempe signum, in 30 gradus, gradum uero minutum & secundum, tertium item quartum & quintum singula in 60 sequentis denominationis partes subdiuidunt. Circulum præterea qui Zodiacus id est Signifer ab Astronomis dicitur, 12 signis perfici, luce clarius est. Hoc nunc cõsiderato, cum addere uolueris, scribe partes propositas ordine sic, ut quælibet denominatio

minatio suæ supponatur. Ducta posthac lineaut fieri solet, adde singulas partes singulis. Quod si iam dictæ subdiuisionis me mineris, non opus fuerit te moneri, ut unũ integrum ponas pro gradibus 30, atque unum minutum pro 60 secundis, & unum secun: pro 60 tertijs.

Sequuntur exempla.

7 gra:	48 mi:	9 secun:	46 mi:	3 se:	38 ter:
3	19	0	12	29	21.
10	67	9	58.	32.	59.

Aliud exemplum.

8 gra:	48 mi:	59 se:	39 ter:	oquar:
7	19	11	47	24.
3	36	47	38	51
19	44	59	5	15

Aliud

Aliud exemplum·

6	Sig:	18 g:	41 mi:	0 se.	8 t.
4		29	38	54	7
2		14	50	13	49
3		0	27	8.	13
17		3.	38.	16	17

Numeri probationis.

(7 5 3——2 5 (9 0 8——6 5 (11 8 2——6 8

Cæterum facta additione, si numerus signorum duodenarium numerum excesserit, tunc propter Zodiacum qui 12 signis perficitur excessus tantum supra duodenarium perscribetur relicto integro orbe, ut pro 17 signis, Zodiaco hoc est 12 signis ablatis, 5 tantum, & pro 28, bis 12 remotis 4 scribantur. In subtractione deinde, si signa superioris ordinis pauciora fuerint quam ut ab illis inferiora subtrahi possint,

12 signa

12 ſigna, id eſt orbem integrum eandem ob cauſſam mutuo ſummemus, quadã peculiari Aſtronomorum conſuetudine.

Exemplum.

9 S:	13 g.	58 mi.	44 ſe.
7	19	0	39
8	12	14	51
1	15	14	14

Non aliter exponi ſolent & exempla ea, quæ de Moneta, Pondere & Menſura proponi ſolent, in hunc modum.

In ære alieno diuerſis nominibus poſſideo, florinos 369, 286, 89, ſolidos 13, 0, 8, & obolos 11, 9, 4. Quæritur quanta ſit creditorum uel debiti ſumma, florinum 20 ſolidis & ſolidum 12 obolis æſtimando. Facit 745 flo. 3 ſo. 0 obo.

369 flo.	13 so.	11 obo.	7789 flo.	13 gro.	8 nũ.
286	0	9	6080	17	0
89	8	4	5055	9	3
745	3	0	18925	18	11

In pondere.

78 cente.	12 li.	Zygo. 17 semun.	3 drach.
65	22	minus	1½
12	0	11	2
18	17	5	0
173	52	1	3½

(9
5 2½
7 — 7 uel 8 — 3½
5 2½

De Subtractione ca: 11.

Partium propositarum ordinatio in subtractione perinde se habet ut in Additione. Itaque sic ordinatis, duc lineam & subtrahe singularum denominationum partes inferioris ordinis a singulis superioris, & rem confeceris.

Exempla

Exempla ſunt hæc.

28 g.	36 mi.	44 ſe.	.	39 mi.	56 ſe.	24 ter.
16	13	21		28	47	19
12	23	23		11	9	5

Quod ſi forte inferiores a ſuis ſuperioribus ſubtrahi non poſſint, mutuetur a proxima ſiniſtrum uerſus latus denominatione in ſuperiori ordine unitas (quæ prout pars denominata fuerit, 30 uel 60 ualebit ita poſtea commodius ſubtractio fieri poterit. Atque hoc quoties factum fuerit, punctus apponatur ad eandem denominationẽ ordinis inferioris, quo poſtea cum illa ſubtrahetur, etiam meminiſſe ipſius ſcias.

Sequuntur exempla.

39 mi:	52 ſc.	28 ter	.	27 g.	18 mi:	13 ſe.
36	54	19		26	49	13
ma32	58	11		ma. 29		

Aliud

Aliud exemplum.

49gra:	39 mi.	6 se.	49 ter.	52 quar.
8	47	5	52	36
40	52	0	57	16

Adhuc aliud exemplum.

9 Sig.	10 g.	48 mi.	0 se.
7	24	0	9
1	16	47	51

(7	(9	(11
2	0	6
3——1	0——0	2——5
2	0	6

Aliud exemplum.

7 Sig.	0 g,	58 mi.	49 se.
10	52	0	53
manẽt 8	8	57	56

Q Hoc

Hæc subtractio est astronomica, alias enim non potuisset fieri, cum maior sit quantitas quæ subtrahi, quam ea a qua subtractio fieri debeat.

Exemplum de Moneta.

Qui mihi debebat florinos 365, so: 16 nummulos 4 monetæ Vuirtenbergensis, soluit de tota summa, florinos 297 minus 15 nummulis. Queritur nunc in quot adhuc teneatur.

Facit 68 flo: 19 so: 1 num:

Debitum	365 flo.	16 so.	4 num.
Pars soluta	296	25	3
Restat	68	19	1

Numeri probationis.

(7   (9

7   1

2 —— 6   4 —— 3

3   1

Exemplum

Exemplum accepti & expenſi.

Accepta	869 flo:	16 ſo:	5 num:	
	790	9	0	
	178	8	7	
	92	13	0	
Expenſa	1095	15	2	
	543	11	7	in

moneta cuíus florinus 18 ſolidis,ſolidus ue ro 9 num: permutatur. Collatis rationi- bus reperitur ſummam accepti maiorem eſſe ſumma expenſi.

Florinis 292 ſoli:2 & num:3.

De Multiplicatione ca: iij.

Partibus propoſitis ut noſti,ordinatis, ſubductaque linea,multiplica omnes partes ſuperioris ordinis cum omnibus inferioris,productis deinde ſingillatim collectis, quantum ex tota multiplicatione prodierit,oſtendetur. Quam autem,facta partium interſe multiplicatione, quæque

denominationem sortiatur pro hoc nota. Quemadmodum numero cum unitate multiplicato, nihil quantitatis accedit, sed semper idem numerus uenit, sic gradus quoq; & minuta atque aliæ partium deno minationes cum gradibus multiplicatæ, nihil uarietatis patiuntur, sed manent eæ-dem & inuariatæ denominationes. In alijs uero multiplicationibus denominatio-num inter se partium denominatio acqui-ritur ex additione numerorum a quibus denominationes sumuntur, ut si tertia cum quartis multiplices, quandoquidem 3 & 4, ut numeri denominationum addi-ti, 7 faciunt, septima pro denominatione habebis. Sic tertijs cum minutis multipli catis, producti denominatio quarta exeũt.

Huius rei hanc subiecimus tabellam, li-cet nihil admodum opus fuisset, qua & in diuisione deinde, si uoles, uti poteris.

Tabula

Tabula Multiplicationis & diuisionis pro denominatione acquirenda.

0 .	1 .	2 .	3 .	4 .	5 .	6 .	7
Gra:	mi:	secũ:	ter:	quar:	quin:	sexta:	sep:

Exempla textus sunt.

20 { gra: / mi: cũ / se: } 3 gra: mul: pdu: 60 { gra: / mi: uel / se: } { 2 sig: / 1 g dum: / 1 minu: }

	20 gra.	20 mi.	20 se.
	3 gra.	3 gra.	3 gra.
pducũt	60 gra.	60 mi.	60 se.
Sunt	2 Sig.	1 g.	1 minu

Alia exempla.

48 g. 35 mi. 52 se.	19 mi. 46 ter.
multiplica cum 8 g.	Cum 5 g.
368 g. 46 mi. 56 se.	1 g. 35 mi. 3 se. 50 t

Aliud exemplum.

20 minuta cum 20 minutis multiplicata, producẽt 400 ſecũda, quæ ſunt 6 minutia 40 ſecũda. Nã 20 minuta $\frac{1}{3}$ ſunt gradus, tertiam uero gradus per tertiam eiuſdem ſi multiplicaueris, producitur $\frac{1}{9}$ gra: qua reſoluta, tantum qnantum iam oſtenſum fuerat exibit.

Alia exempla.

8 g: 7 mi: 12 ſe:	36 g: 48 mi: 9 ſe:
4 8	24 0 8
1 mi: 4 ſe. 57 ter: 36 quar:	4 mi 54 ſe: 25 ter: 12
32 mi: 28: 48	883 g: 15 35 01 quar:
33 mi: 33 ſe. 45 ter: 36 qr.	883 g: 20 mi: 30 ſe: 25 ter 12

Aliud exemplum.

		48 g.	39 mi:	0 ſe.	34 t	
		8.	16.	4.	25	
		20 ſe.	16 ter.	15 quar.	14 quin.	10
	3 mi.	14	36	2	16	(ſex:
12 g.	58	24	9	4		
389	12	4	32			
492	14 mi.	3 ſe.	33 ter.	21 quar.	30 quin	10 ſex

Numeri

Numeri probationis.

(7
3
8——4
3

(9
1
7——4
1

Verum monetas item & pondera uel menſuras inter ſe multiplicare ſi uelis: Scias primo maximam ſemper appellationem illius quam multiplicat cuſtodire, Sic item & reliquas, denominatæ tamen a numero, quo in permutando una earum maior ſcilicet (ſi diuerſarum fuerint denominationum) maximæ æquiualet. Quod quidem exemplis quæ ſequuntur manifeſtum erit.

Exemplũ de Moneta Vuirtẽbergẽſi, qua utuntur Negotiatores

8 flo. 15 ſo. 5 obo. 7 flo. 4 ſo. 5 num.

cum 8	cum 7
64. 120. 40	49 28 35.
manẽt inuariatæ denõinatiões, &	manẽt inuariatæ denõinatiões, &

p. 70 flo. 3 ſo: 40 bo: p 50 flo: 5 ſo: 5 num: ducũt

Alia de moneta Vuirtenber:

7 flo: 4 ſo: 5 num: cum 7 ſo:	7 flo: 4 ſo: 5 num: cum 7 num:
49 28 ſo: 35	49 28 nũ: 35 num:
Solidi denominati a 28	Nũmuli denominati a 28 168

p: 1 flo: 22 ſo: $1\frac{1}{4}$ nũ: pro: 8 ſo: $2\frac{5}{24}$

Aliud

Aliud exemplum in eadem Vuirtenber: moneta,

		7 flo.	4 so.	5 num.	
		7 flo.	7 so.	7 num:	
		49	28	35	
			28 35		
	49	28			
49	28 35				
49	77	84	28 so. 63 nũ. 35 num.		
Florini	Solidi	Nummuli	Denominati		
			28 a 28		168 a

Producuntur 52 flo: 8 so: $2\frac{11}{24}$ nũ

Aliud exemplum in moneta Misnensi.

12 flo	18 gr.	11 num
	14	9
108	162	99
168	252 154	
168 Grossi	108 Numulli 252 g. 316 nu. denominati a 21	99 num denominati a 252
8 flo, 9 gro. 12	$15\frac{1}{21}$ num.	$\frac{11}{28}$ num:

Summa multiplicationis
9 flo. 1 gro. $3\frac{27}{84}$ num.

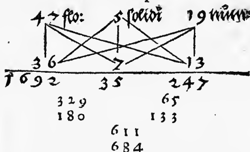
Aliud exemplum in mo: Austriaca.

47 flo.	5 so.	19 nũ.
36	7	13
611	65	247
329	35.133	
1692 180 684		

produ: 1761 flo. 5 so. 12 num. $\frac{7}{240}$

Possunt

Possunt etiam sic multiplicari huius-
modi exempla



1692 509 35so:1295 198 nū.247nū

Florini Solidi denõina: ab 8 Num. denominati a 8 240

Summa multiplicationis

1761 flo. 5 so. 12 num $\frac{7}{240}$

Exempla

Exempla de Pondere.

	85 cen. 48 li. Zy. 24 se. 3 dra.
	9 cen.
pducunt	769 cen. 38 li. Zy. 30 se. 3 dra.

Aliud.

	42 li. octo.	6 un.	35 li. Zy.	18 se	
	39	7.	20 semun	3 d	
	294	42.	105	54 d	
1638	234	700	360		
1638	528	42. 700	105	360	54

Multiplicationis pro.

1704 li. octo: 5 $\frac{1}{4}$ un. 23 li. Zy. 1 se. 3 $\frac{11}{16}$ d

Vel fiat multiplicatio sic.

42 li. octo:	6 un.	35 li. Zy.	18 se.
39	7	20 semun.	3 d
1638	42	700	54
294		360. 105	
234			
1638. 528. 42.		700. 360. 105. 54	

Multiplicationis productum idem est quod supra. Aliud

Aliud exemplum.

	42 li. octona.	6 un.	2 du.
	39	7	1
	42	6	2
294	42	14	
Pro:1709		6	$0\frac{1}{2}$

Vel aliter sic.

42 li. octo.	6 unciæ				2 duellæ
39	7				1
1638		42 un.			2 duellæ
	294		42	6	
	234		78	14	
1638	528	42 un.	120		20 du. 2 du.
Libræ	Vnciæ	denõinatæ ab 8	Duellæ		denominatæ a 8 24

Producuntur autem ut supra.

Aliud

Aliud exemplum in sig: gra: & minutis.

		3 Sig.	24 g.	12 minut.
		2	9	8
		24.	192	96
	27		216 108	
6	48	24		
6	75	48	216 g. 300 mi.	96 minu.
Signa	gradus	Minuta	Denõiati a30	Denominata a 30 1800

Produ. 8 Sig. 23 g. 10 mi. $\frac{4}{75}$

Hoc exemplum alia uia.

3 Sig.	24 gradus	12 minuta
2	9	8
6	216	96
		192
27		108
48	24	
	24	

Summa multiplicationis

8 Sig, 23 g. 10 mi. $\frac{4}{75}$

Fractio-

Fractionem $\frac{2}{3}$ minuti resoluere poteris in secunda, tertia & quarta si se tantum extendat.

Multiplicatio monetæ cum moneta atq; similiter diuisio, magis laboriosa est, quam ut de his aliquid singularis utilitatis alicui accedere possit. Ideoque, nulla præsertim re cogente, pluribus de his differere noluimus, paucis tantummodo exemplis, si quis forte amplius se in illo genere exercere uoluerit, in medium allatis.

De Diuisione ca: iiij.

Diuisio contraria est multiplicationi. Nam quæ per hanc congregantur, per illam ea uicissim disgregantur. Quare facta iam diuisione partium inter se, ut habeatur Exeuntis denominatio, scias primum omnium, per gradus si diuiseris, hic quemadmodum in multiplicatione, nihil uariari, sed cuius denominationis partes diuidendæ fuerint, eiusdem & exeuntis erunt.

Alias

Alias quemadmodum in multiplicatione pro denominatione acquirenda, illarum numeros addebas, ita nunc in diuisione, eandem ut habeas, unum, diuidentis scilicet, ab altero, hoc est diuidendæ denominationis numero, subtrahes. Ad hoc autẽ requiritur, diuidentem semper unius esse denominationis, & maioris etiam quam sit diuidendæ denominatio.

Minorem autem denominationem uoco cuius partes plus significant, Maiorem uero, cuius partes minus, ut minutorum minor est denominatio quam secundorum, cum minutum unum 60 secundis ualeat, Sic minutorum denominatio maior est graduum denominatione, cum minutam unum sexagesima tantum pars sit gradus. Cæterum si idem per idem diuiseris, quod scilicet, cum diuidendæ & diuidentis una atque eadem fuerit denominatio, contingit, gradus pones, quod quidem & illud subtractio tibi manifestabit.

Sequuntur

Sequuntur exempla.

60 gradus minuta secun.	p 3 g. diui. exeūt	20 gradus minuta secun.

Aliud.

Diuidātur 388 gra. 46 mi. & 56 secun, per 8 gradus.

exeunt 48 gra. 35 mi. 52 se.

64	4	
388	286	116
48 gra.	35	52 se.
8	8	8

Diuidāt 49 gra. 35 mi. & 8 se. p 13 gradus, exeunt 3 gra. 48 mi. 56 se. Cum moneta, pondere uel mensura non aliter operaberis.

Exempla de Moneta.

50 flo. 5 so. & 5 num. Vuirtenber. per 7 flori.	70 flo. 3 so. & 4 oboli in moneta Negotiatorum per 8 flo.
1 5	6 4
50 33 35	70 123 40
7 flo. 4 so. 5 nũ.	8 flo. 15 so. 5 obo
7 7 7	8 8 8
46 quar. p 8 ter:	52 secun: p 4 secun:
4	1
46 quar. 360	52 secun.
Exe: 5 mi. 45 se.	13 Gradus
8 mi. 8	4 secun.

Aliud.

Diuidãt 48 ter. 56 quar. 4 quin. 18 sexta, p 18 secunda.

Exeũt 2, mi. 43, se. 6 t. 54 quar. & 20 quin.

Exempla

Exempla de Moneta.

Diuidantur 252 so. per 7 solidos, & ueniunt in Vuirtenber. mone. pro exeunte 36 florini.

Diuidantur 3672 oboli per 114 obo. Facta diuisione, ueniunt florini, Est enim eadem tam diuidendi quam diuidentis appellatio Facit autem 32 flo. 5 so. $5\frac{1}{3}$ nũ

Quod si diuidens plurium fuerit denominationum, resolutione cum 60 multiplicando, quo ad unam denominationem redigatur, opus erit. Vt si diuidere uolueris 48 mi. & 31 secun. per gra. 6 & mi. 9. Resolue 6 gra. diuidentis, multiplicando cum 60, in minuta, & producuntur 360 minuta, ad hæc nunc 9 sumtis, uenient 369 minuta diuidens uel diuisor tuus. Diuidendus uero, simili modo si processeris, erit 2911 secunda. Ponitur autem hoc exemplum ad operationem sic.

4
32 15
898 1411
2911 Se. 6560 820

Exiens 7 mi.	53 se.	20 tertia
369 mi.	123	41

Quod si etiã minor diuidentis quam diuidendi denominatio fuerit, numeros diuidendi cum 60 toties multiplica, quoad producti posthac denominatio eadem cum diuidentis denominatione erit. Atq; hoc facto, diuide ut in superioribus,

Exempla sunt.

8 gra. per 9 mi. 7 mi. 8 se. per 12 se.

33	1 16
480	428
53 gra. 20 mi.	35 gra. 40 mi.
9	12

Absolu-

Abſolutis nunc ijs quæ de numeris præmittenda putauimus, ſequitur ut computationum uarios uſus indicemus, quæ iam ad logiſtica maxime pertinent, & regulis, ut uocant, explicari ſolent, de quibus ea in medium nos eſſe prolaturos confidimus, quæ & minime uulgaria & maxime utilia eſſe uideantur.

Sequitur tractatus quintus de nonnullis regulis, atque etiam earum exemplis, Ac primum quidem de regula quam uulgo de tri uocant.

Hæc regula quam uulgus ſimpliciter De tri uocat, nempe quod tres in ea ponantur numeri, noti uidelicet, Mercatorum quoque, ut quibus huius uſus maxime conueniat, appellata eſt. Aurea inſuper dicta, quod per eam innumerabiles emtiones & uenditiones atque contractus abſoluantur. Nos tamen, omnibus modo alijs nominibus poſthabitis, Proportionum regulam eam appellamus,

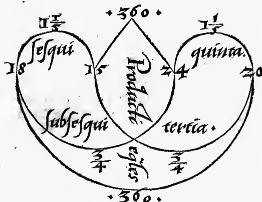
neque id abs re. Tribus enim numeris notis, ut moris est ordinatis, quolibet in suum locum reposito: In qua proportione fuerit primus ad secundum, in ea etiã erit tertius ad quartum ignotum numerum. Nam quemadmodũ 3 ulnæ ualent 6 idest duplo, hoc est bis tribus florinis non aliter, sed eadem conditione & pacto, 9 ulnæ etiam bis nouem flor. idest duplo, qui sunt 18 persoluentur. Similiter quoq; 3 ulnæ panni emtæ si fuerint 6 florinis, quis dubitet iam dicere 9 ulnas, quippe ter tres ulnas, ter sex etiam florinis ualere. Hic enim quemadmodum & illic singulę ulnæ binis florinis persoluuntur. Quare cum sint ita proportionales numeri illi tres noti, & quartus deinde ignotus, regula hæc merito propria & sua appellatione uocabitur Proportionum regula.

Quoto nunc loco quilibet datorum numerorum poni debeat, docetur.

Numerum quæstionis in ultimum pone, illum postea qui huic quæstionis numero

mero, appellatione correſpondet, in primum, tertium uero deinde, cuius cum quarto ignoto ſcilicet, ſemper eandem eſſe oportet appellationem, in medium locum colloca. Numeris ſic ordinatis atque etiam primæ partis 19 propoſitionis ſeptimi Eucli. memor, quod Quatuor numerorū proportionalium de productis ex multiplicatione primi cum quarto & ſecundi cum tertio, ſit unus alteri æqualis, multiplica ſecundum cum tertio, uel tertium cum numero ſecundo (nā idem ex utraque multiplicatione ſemper per 16 ſeptimi Eucli. producitur nūerus) producto deinde per primum numerum diuiſo, exibit quartus proportionalis numerus qui quærebaṫ. Vt ſint, quo res melius intelligatur, quatuor proportionaliū tres, 18, 15 & 24 noti, quartus uero ignotus, Multipilca 24 tertium cum 15 numero ſecundo, & productum deinde, 360 ſcilicet, diuide per 18 numerum primum, & habebis in exeunte 20, qui hoc modo repertus, quartus erit propor-
tionalis

tionalis numerus, ad quem certe ſe habet tertius, ut primus ad numerum ſecũdum, quod quidem in ſequenti figura cuilibet apparet.



Sic omnium, quotquot modo dari poſſunt, exemplorum ſolutiones haberi queunt.

Sequuntur huius regulæ aliquot exempla, accomodata ad monetam Vuirtenbergensem.

Emuntur 9 ulnæ 15 florinis. Quæritur, quanti emantur 24 Facit 40 flo.
Vlnæ 6, 9 ualent florinis, quanti

15		37		14	
13	Facit	19	florinos	14	so.
una		1		14	

Facta primi cum tertio numero multiplicatione, fit diuisio hoc modo.

	43	83	3
	225	114	9
Facit	37 flo.	19 flo.	1 flo. 14 so.
	6	6	6

Pro primo, secundo, tertio exemplo

Appensum aliquid libris Zygostaticis 18, constat florinis 15. Quæritur, quot florinis ualeant 35 libræ?
Facit 29 flo. $\frac{1}{6}$

R 5 Saccus

Saccus aromatum cuius pondus est 248 librarum, constat florinis 186. Quæritur quanti ualeant.

6	4		14		0
Vna	0		21		0
Selibra	0	flo:	20	soli:	3
Semuntia	0		0		$3\frac{15}{16}$

Vlnæ 10 uenduntur 3 florinis. Quæritur, quantum expendatur pro 35 ulnis.

Facit 10 flo. 14 so.

Res 2 emuntur 3 florinis, quanti constant.

9		13		14	
27	Facit	40	flo:	14	so:
41		61		14	

Tribus florinis emuntur 36 ulnæ, quot ulnæ emuntur 35 solidis.

Facit 15 ulnæ.

In

In hoc & consimili exemplo, propter solidos qui tertio loco ponuntur, florini primo loco positi, in solidos resoluendi sunt. Nam primi numeri cum tertio semper debet esse una atque eadē appellatio, sic, ut cuius monetæ ponderis uel mensuræ primus numerus fuerit, eiusdem & tertium esse necessario requiratur. Atq; hoc est huius regulæ proprium.

Si 10 florinis 28 insuper numulis, 61 ulnæ emantur, quot ulnæ dari uel uendi solent.

100			600
72			432
50	Florinis. Facit		300 ulnæ
39			234

Primo & tertio numeris, ut utrobique sit una appellatio, ad numulos reductis, erit huius exempli tractatio superiori non absimilis.

Vlnæ

Vlnæ 24 emuntur florinis 6, solidis 18 & nummulis denique 4. Quot ulnæ dabuntur.

15 | | 54
48 florinis. Facit | 172 $\frac{4}{5}$ ulnæ
uno | | 3 $\frac{3}{5}$

Pondus librarum Zygostaticarum 3, florinis 2 & 7 so. constat, quantum expenditur pro 8 libris 18 semuntijs.

Facit 6 flo. 11 so. 4 num. $\frac{7}{8}$.

Sequitur compendium quoddam quo sepe uti solent qui proportionum cognitionem habent, ut artificiosius aliquanto, & citius etiam multo, quam si secundum præscriptum huius regulæ modum procederent, exempla proposita explicent.

Possunt

Possunt interdum exempla huius regulæ ex singulari quadam industria celerius absolui, numeris primo & secundo, uel primo item & tertio (compositi si fuerint numeri) maxima eorum communi mensura, quæ ex secūda tractatus secundi propositione, inueniri potest, ad primos reductis. Manet enim eadem exeuntium quæ fuerat diuidendorum proportio, atq; id ex quarta eiusdem secundi tractatus propositione. Negotium itaq; nunc cum exeuntibus quemadmodum prius cum indiuisis numeris, si peregeris, idem assequeris, ut.

Vlnæ 12 emuntur 15 florinis, quanti 16.

Hoc exemplum ponitur ad operationem sic.

Primus	secundus	ter:nũerus
ulnæ	flo:	ulnæ
12	15	16

Primo & secundo communi ipsorum mensura, quæ est 3, ad primos reductis, apparẽt numeri sic.

Vlnæ	flo:	ulnæ
4	5	16 & tantum est.

Primo

Primo item huius reductionis & tertio, communi ipsorum mensura, quaternario scilicet, ad primos reductis, uenit.

Vlne	florinis		ulnæ
1	5	quanti	4
	Facit	20 florinis	

Et tantum quidem exponetur etiam pro 16 ulnis, si 12 ulnæ 15 florinis soluantur.

Libræ 36, florinis 56, quanti 24

Facit 37 flo. 9 so. 2 num.

Primo & secundo per 4, & rursum enato primo & tertio per 3 ad primos reductis, ponuntur numeri sic.

Libræ	flo.	Li.	flo.
3	14	8	Facit $37\frac{1}{3}$

Proponuntur exempla in quibus medius numerus, consequens uidelicet prioris proportionis, duas, aliquando tres uel plures appellationes habet, atque horum explicationes alij aliter faciunt. Nam sunt qui ultimum numerum cum omnibus medio loco positis numeris multiplicant, & ex uno quasi duo, tria uel plura exempla faciunt

faciunt, numeros primum & tertium toties sumentes, quot appellationes in medio loco fuerint, ac singulos deinde productos numeros per primum diuidunt, atque sic summa omnium exeuntium deinde quæstioni satisfacit. Nam si dicas. Tres libras emi 2 florinis & 7 solidis, quanti 8 libræ 18 semunciæ, perinde est ac si diceres, Tres li. 2 florinis, quanti 8 li: 18 semun: & postea, Tres li: 7 soli: quanti 8 li: 18 semun: Idem enim hic duabus, quod illic unica operatione uenit.

Libræ	flo.	li.	flo:		so:	num:
3	2	8	18	5	19	5
	so.		Facit			
3	7	8	18	0	19	5 $\frac{7}{8}$

Sūma duorū exeuntiū 6 11 4 $\frac{7}{8}$ & tantum deueniet etiam si dixeris unica operatione

flo. so.
3 2 7 quanti 8 & 18.
primum & tertium in semuncias, & secundum deinde numerum in solidos redigēs.
Si

Si 6 florinis 18 insuper solidis & 4 num: uendantur 24 ulnæ, quantum pecuniæ recipitur ex ulnis.

42	11	18	4	
93	25	23	2	
27 Facit	7 flo,	14 so.	0	nũ:
uel una tantũ	0	7	$4\frac{2}{3}$	

Sunt alij qui ex omnibus appellationibus medij loci unam faciunt, eas scilicet uel ad minutam uel ad maximam monetam, pondus siue mensuram redigendo. Quomodo ad minimam, supra in multiplicatione primi tractatus ostendimus. Ad maximam uero fit hoc modo. Est cōmunis quædam animi conceptio, nimirũ Vnitas est omnis numeri pars denominata ab ipso numero, Vnitas sexta pars est senarij, duodecima uero duodenarij, & uigesima octaua nũeri uiginti octo, atque sic de omnibus. Hinc sequitur, nũmulum Vuirtenbergensis monetæ, cum solidus 6 nummulis ibidem ualeat, $\frac{1}{6}$ unã sextam esse solidi, & 2 nummulos $\frac{2}{6}$ hoc est

est $\frac{1}{3}$ solidi, tres uero nummulos $\frac{1}{2}$ Sic cum florinis, & in ponderibus atque mensuris cum centenario, libra, uncia, semuntia, urna item & mensura faciendum erit, ut 7 solidi, cum florinum 28 solidi constituant, sunt $\frac{1}{4}$ florini, 20 solidis uero florinus si ualeat sunt $\frac{7}{20}$ florini. Similiter 15 libræ centenarij ponderis sunt $\frac{3}{20}$ & 73 $\frac{73}{100}$ Item 12 semuntiæ, $\frac{3}{8}$ libræ sunt.

Sed habet integrum aliquam fractionem adiunctam, Item fractio etiam sola absq; integro iñdū ꝓponit̄. Hoc quomodocunque accidat, semper per ualorem rei id quod proponitur diuides, & habebis petitum.

Aliter hoc & forte clarius, atque sic etiam melius.

Quemadmodum, cum minutiam aliquam propositam in monetam pondus uel mensuram eius a quo appellationem sumserit, resolueris (quod quidem in tractatu de Minutijs uulgaribus circa additionem docuimus) multiplicatione tibi

S opus

opus fuerat, sic nunc econtrario, Cum ex proposita aliqua moneta, pōdere uel mensura fractionem alterius, maioris scilicet, appellationis facere statueris, diuisione hoc fiat necesse est. Quare illud ex quo facere minutiam uolueris, siue integrum, seu fractio, siue etiam integrum cum fractione fuerit, per ualorem rei cuius debet fieri minutia, diuide.

Hæc quo melius intelligas, aliqua subiecimus exempla. In moneta Vuirtenber.

5 nũuli	$\frac{5}{6}$ solidi 4		$\frac{4}{6}$ id est $\frac{2}{3}$
37 num:	$\frac{37}{168}$ flo: 48 uero sũt		$\frac{2}{7}$
13 solidi	$\frac{13}{28}$ flori: 6		$\frac{6}{28}$ id ē $\frac{3}{14}$

Alia exempla.

$\frac{3}{5}$ nummuli		$\frac{1}{10}$ solidi
$\frac{8}{9}$ solidi	sunt	$\frac{2}{63}$ florini
12$\frac{1}{4}$ nummuli		$\frac{7}{96}$ florini

In

In moneta Austriaca.

Nummuli $4\frac{1}{2}$ in solido sunt $\frac{3}{20}$ solidi. Nam diuidens $4\frac{1}{2}$ per 30,(tot n. nummulis solidus mutatur uel persoluitur) tantũ ueniet. Atque uicissim $\frac{3}{20}$ solidi, si in nummulos multiplicatione, ut superius docuimus, resolutæ sint $4\frac{1}{2}$ nummulos inde redire necesse est.

$63\frac{3}{4}$ num: in florino sunt $\frac{17}{84}$ } florini
$5\frac{1}{3}$ solidi in florino est $\frac{2}{5}$ }

Exempla monetæ Misnensis.

Grossi 11 & nummuli 8 quantã partem uel minutiam respectu florini constituũt? Facit $\frac{5}{9}$ florini.

Nam 8 per 12 nummulos, quibus grossus misnensis permutatur, diuisis, exeunt $\frac{8}{12}$, sunt $\frac{2}{3}$ grossi, quibus si 11 grossi addãt ueniũti 11 $\frac{2}{3}$ grossi, siqueper 21 deinde, (quon iam tot grossi florino æquantur

 diuidant

diuidantur exeunt ut prius $\frac{5}{9}$ florini. Atq; hanc minutiam 1 1 grossi & 8 nummuli in florino constituunt. Quod quidem resolutione tanquam rõne contraria facile probari potest.

Grossi 9 & num:$7\frac{1}{2}$, Faciunt $\frac{11}{24}$ florini

Nam $7\frac{1}{2}$ per 12, ualorem grossi, si diuiseris, exeunt $\frac{5}{8}$ grossi, additis deinde 9, ueniunt $9\frac{5}{8}$ gr: per 21 diuisi exeunt totius $\frac{11}{24}$ florini.

Exempla de Ponderibus.

Libræ Zygostaticæ $4\frac{1}{2}$, in centenario pondere sunt $\frac{9}{200}$

$2\frac{1}{2}$ unciæ in libra roma: exacta sunt $\frac{1}{5}$ libræ

9. unciæ & 3 drach: in li: roma: cẽte: sunt $\frac{3}{32}$ (libræ

4 semuntiæ in libra nummularia uel octonaria sunt $\frac{1}{4}$ libræ

$\frac{4}{5}$ semuntiæ in eadem libra num: sũt $\frac{1}{20}$ li- (bræ

Sequuntur

Sequuntur alia exempla regulæ.

Libra una 7 solidis & 2 denarijs: uenditur, quæ

	56		$213\frac{9}{11}$	
emũtur	104	florinis. Facit	$397\frac{1}{11}$	libræ
	83		$316\frac{10}{11}$	

Sunt etiam exempla in hac regula, in quibus prima, secunda uel tertia quantitas Fractio est, atque hæc quidem, siue sola steterit, siue adiũcta sibi habuerit integra, multiplica nihilominus tertiam cum secunda quantitate, & productum deinde per primam si diuiseris, habebis quod quærebas. Quid enim si integrum cum fractione adiuncta, uel integrum solum inueneris, tibi faciendum sit, in tractatu de minutijs uulgaribus instructus es.

Sequuntur

Sequuntur huius exempla in moneta cuius florinus 26 albis, albus uero 15 obolis ualet.

$7\frac{1}{2}$ ulnæ, libræ uel id genus 13 albis

	35		2		8		10	
quāti	$49\frac{1}{3}$	facit	3	flo:	7	al:	$1\frac{2}{3}$	obo:
	$0\frac{3}{4}$		0		1		$4\frac{1}{2}$	

Multiplicatis tertijs cum secundis nūeris, producuntur. 525, $148\frac{5}{2}$, $4\frac{5}{4}$, hisq; productis numeris singulis per primum $7\frac{1}{2}$ diuisis, tota res fuerit explicata. Habet autem in exeunte albos, quandoquidem & medius numerus albi fuerant, hos deinde, si quidem ea copia fuerit, ad florinos per diuisionem cum 26, redigere poteris, & uenient florini, albi & oboli ut supra indicatum est.

$7\frac{1}{2}$ ulnæ $22\frac{1}{2}$ florinis, quanti 76 ulnæ?
Facit 228 flori,

Vlnæ 7 & semis emuntur 6 florinis, quāti $1\frac{1}{2}$ quadrans. Facit 7 albis 12 obo

Quia

Quía autem ſupra diximus copioſiorem mentionem Aſſis & partium illius nos facturos eſſe, eo loco quo maxime res poſcere uideretur, ideo nunc illa nomina & rei quandam explicationem expoſuimus, redactis omnibus in tabellam paruulam, ſtatim cognoſcere uolentibus ut obuia eſſet.

As, totum uel integrũ, ut exempli cauſſa, florinus, diuiſus in partes 12, Vocantur autem partes aſſis unciæ.

	Partes		Vnciæ	ſoli:	nũ:
Semis aſſis dimidũ	$\frac{6}{12}$	$\frac{1}{2}$	6	14	0
Triens	$\frac{4}{12}$	$\frac{1}{3}$	4	9	2
Vel		Valet	Vel in moneta		
Quadrãs	$\frac{3}{12}$	$\frac{1}{4}$	3	7	0
Sextans	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{6}$	2	4	4

Quincũx $\frac{5}{12}$		5	11 . 4
Septunx $\frac{7}{12}$		7	16 2
Bes $\frac{8}{12}$	$\frac{2}{3}$ ualent	8 uel in-	18 4
dodrãs $\frac{9}{12}$ uel	$\frac{3}{4}$	9 mone:	21 0
dextãs $\frac{10}{12}$	$\frac{5}{6}$	10	23 2
deunx $\frac{11}{12}$		11	25 4

Hæc tabula ſecundum monetam Vuirtenbergenſem expoſita eſt, quo exemplo qui uoluerit, ad alias quaſcunq; monetas, pondera uel menſuras, tabulas conficere poterit.

Pannus cuius longitudo eſt 52 ulnæ $\frac{1}{2}$ conſtat florinis 61 & quadrante, quanti una et ſemis: facit { 1 flo: 6 { 4 19 al: 7 $\frac{1}{2}$ obo: } ſemiulna. { 0 { 5 — 2 $\frac{1}{2}$

Vel, quot ulnæ perſoluentur 31 florinis & ſemi. Facit 27 ulnæ

Exem

Exempla huius regulæ quæ fractionem unam uel plures habuerint, præter communem multiplicationis & diuisionis modum, compendiosius etiam absolui possunt, si uidelicet (integris tamen prius fractis) lineam duxeris a numeratore primæ quantitatis ad denominatorem tertiæ per denominatorem secundæ transeuntem. Ex illis enim numeris, numeratore uidelicet primæ quantitatis ac denominatoribus secundæ & tertiæ quantitatum, si unum cum quolibet altero, & productũ deinde cum reliquo tertio numero multiplicaueris, diuisorem assequeris, diuidendum uero dabit altera reliquorum trium numerorũ multiplicatio. Diuisione itaq; unius producti per alterum facta, quid ad ea de quibus tali modo quæsitum fuerit, respondi debeat, exiens indicabit.

Huius habes unum atque alterum exemplum ad monetam cuius florinus 20 solidis, solidus uero 12 obolis ualet.

S 5 Vlnæ

Vlnæ 48 & triens florinis constant 46 & dimidio, quanti 11 ulnæ minus semiquadrante?

Facit 10 flo: 9 so: 3 obo:

Hoc exemplum sic tractabis.

Singulis ut doctus es fractis, ducta itē posthac linea ut præceptum est, multiplica numeros quos linea notaueras, inter se, & uenient. 2320. diuisor tuus, hunc ad sinistrum latus donec eo opus fuerit, circa primum numerum curua linea inclusum sic), Reponas reliquas postea tres numeros extra lineam positos, si inter se etiam multiplicaueris, producetur numerus diuidendus, hunc per diuisorem prius repositum si diuiseris, habebis in exeunte 10 florinos 9 soli: & 3 obolos. Atque tot florinis, solidis & obolis emuntur 11 ulnæ minus semiquadrante, si $46\frac{1}{2}$ florinis $48\frac{1}{3}$ ulnas comparaueris.

Hæc

Hæc ſequenti figura cernere licet.

	ulnæ	flo:	ulnæ
	145	93	87
Diuiſor)	1	1	5
2320)	483	462	108

		1	
	10	189	2
	24273	1053	85
Facit	10 flori:	9 ſo:	3 obo:
	2320	116	29
	116	29	

Hic ſi memineris compendij quod circa additionem minutiarum uulgarium tibi præſcripſimus, quomodo diuiſor huius diuiſionis mutatus ſit, facile cognoueris.

Florini 48 & bes exponuntur pro 32 libris Aromatum & quadrante, quantum emitur 54 florinis & dodrante.

Facit 36 libræ 9 ſemun:

Libræ 7 unciæ 3 & ſemis, $4\frac{1}{2}$ florinis quanti $\frac{1}{2}$ centenarij ponderis?

Facit 31 flo: 3 ſo: 4 obo: $\frac{49}{77}$

Vlnæ

Vlnæ 39 $\frac{1}{2}$ soluuntur 26 $\frac{1}{3}$ florinis, quanti 98 $\frac{3}{4}$ ulnæ

Facit 65 flo: 16 so: 8 obo:

Breuior & compendiosior huius rationis uia.

Si numerorum unus eorum, ex quorũ multiplicatione inter se diuisor producitur, & alius ex ijs qui diuidendum producunt, numero quodam tanquam communi ipsorum mensura diuidi possunt: antequã diuisorem & diuidendum quæras, per hunc illos diuidere poteris. Nam priorum loco postea qui exierint si multiplicaueris & diuiseris, idem ueniet & citius & minus etiam laboriose.

Libræ aromatum 6 & 1 $\frac{1}{2}$ quadrans 19 florinis & semi, quanti emũtur 75 $\frac{1}{4}$ libræ?

Facit 230 flo: 3 so: 6 obo: 1 $\frac{6}{7}$

Ponitur ad operationem sic.

```
         2 flo
         17    1 5                    2
         81    39      301           15
Diuisor 6 3    1911    781          39113
17)      8      2        4    230 flo
         4               1     17
         1
```

Exempla Bauaricæ monetæ

Carbasus 3 6$\frac{1}{2}$ ulnarum, cum una ulna 17 nummulis uendatur, quanti ualebit?

Facit 2 flo: 6 so: 2 0$\frac{1}{2}$ num:

Boues trecenti & 6 8, singula paria 25 florinis soluens, quanta est huius emtionis summa?

Facit 4600 flori:

Carbasi ulnæ 48$\frac{1}{2}$, 51$\frac{2}{3}$, 72 minus sextante, & 59$\frac{3}{8}$, quinque & semis florinis ualens, quanti constent.

Facit 42 flo: o so: 14 num: $\frac{3}{23}$

Vlnæ

Vlna undulatæ uestis emitur 32 cruciatis

quanti { 7 ½ / 5 ¾ } ulnæ. Facit { 4 flo: 0. ſo: 0 nũ. / 3 0 14 }

Purpura damaſcena ulnas habens 13 & trientem, cum ſingulæ 1 ½ florino ſoluantur, quanti conſtat.

Facit 20 flori.

Vlnam purpuræ uilloſæ ſi 2 florinis & beſſe emeris, quanti emantur.

{ 22 / 13 ½ } ulnæ, Facit { 58 flo. 4 ſo. 2 onũ. / 36 0 0 }

·Vel quot ulnæ ſoluantur.

{ 48 / 25 / 72 } florinis Fa. { 18 / 9 / 27 } ulnæ 1 ½ { 0 / 0 } q̃ drãs

Vlna 31 cruciatis ualens, quanti 9 ½

Facit 4 flo, 6 ſo. 10 num. ¾

Quatuor

Quatuor emunt purpuram uillosam ad prætexendas uestes, primus quidem unam & semiulnam, secundus ulnam & trientem, tertius uero ulnam & dodrantem, quartus deinde 2 ulnas minus uno sextante. Quæritur nunc, ulna $2\frac{1}{2}$ florinis si comparetur, quantum quisque pro sua parte exponat, quantaque postea sit totius expensi summa?

Facit	Primus	3	5	$7\frac{1}{2}$
	Secundus	3	2	10
	Tertius	4 flo:	2 so.	$18\frac{2}{3}$ nũ:
	Quartus	4	4	$2\frac{1}{2}$ Atque

sic totius expensi sum̃a. 16 flo. 0 so 8 $\frac{3}{4}$ nũ.

Pannus ulnarũ (ut uenditor affirmat) $36\frac{1}{2}$, emitur ab aliquo florinis 23 & nũ: 5. Verum dum hunc metitur non nisi 34 ulnas minus triente reperit. Nunc quæstio est, quanto plus soluerit quam deberet in moneta Vuirtenbergensi.

Facit 1 flo. 22 so. 0 $\frac{1}{3}$ num.

A domino

A domino quodam Amygdalorum centenaria $3\frac{1}{2}$ minus 7 libris traduntur Procuratori, iubetque uendere ſingulas libras 26 nummulis bauaricis. Interea tẽporis ſuo domino procurator dat 36 florinos & quadrantẽ. At quantum Amygdalorum uendiderit, quantum item adhuc reliquum ſit, ſcire dominus deſiderat.

Facit { Venditæ amyg: 2 cen. 6 $2\frac{1}{2}$ libræ
Habet uero adhuc 0:8 $0\frac{1}{2}$ }

Tres emerunt Carbaſi ulnas $43\frac{1}{2}$ nouem florinis. Primus autem & ſecundus quilibet 15, tertius deinde quod reliquũ eſt, accipit. Quantum ſinguli numerabũt?

Facit { Primus, Secũdus } quilibet 3 | 0 | $21\frac{25}{29}$
Tertius 2 | 5 | $16\frac{16}{29}$
flo: ſo. nũ.

Vel quanti una ulna
Facit 0 flo. 1 ſo. $13\frac{13}{29}$ num.

Mensura uini 7 nummulis uenditur. Quæritur quanto precio una urna coematur. Continet autem urna 24 mensuras, florinus uero 10 $\frac{1}{2}$ solidis, & solidus 12 nummulis permutabitur.

Facit 1 flo: 3 so. 6 num.

Vrna uini uno florino & 7 solidis ualet, quanti constat una mensura?

Facit 8 $\frac{3}{4}$ num.

Vas uini plenum quod 5 $\frac{1}{2}$ urnas continet, florinis emitur 13 & 16 nummulis, Quæritur quanti una mensura constet.

Facit 12 $\frac{35}{66}$ num.

Vel quæritur, quantum huiusmodi uini 35 florinis & 8 $\frac{1}{2}$ solidis ematur?

Facit 34 ur: 18 men: $\frac{42}{109}$.

Quodsi uas plenum uini per Œnopolam uendatur, singulis mensuris pro 8 nummulis datis, pecuniæque acceptæ summa sit 42 florinorum 9 solidorum. Quæritur quantum uini uas illud totum comprehenderit.

Facit 28 ur. 3 mens:

Emit aliquis urnas uini 10 & 35 mensuras florinis 9 & quadrante, singulas binas urnas 1 florino & dodrante minus uno cruciato soluens. Quæritur nunc quot mensuras urna contineat.

Facit 52 men:

Vrnæ igitur huiusmodi, nempe 52, mensurarum septem, 13 emuntur florinis Misnensis monetæ.

quãti:	una / 20 ur: & 18 mẽ: / 48 $\frac{1}{2}$ minus 7 mẽ	fa: 1 / 37 flo: / 89	18 0 / 16 gr: 6 nũ: / 17 3

Vel quantum uini emitur.

26 flo. 6 gr.	14	8
108 $\frac{1}{2}$	Facit 58	22 mẽ.
247 minus 1 triente	132	41 $\frac{2}{3}$

Frumenti modius si 26 solidis ematur, quanti una mensura, ut quæ uigesima quarta pars est modij Computatur autem florinus 35 solidis, solidus uero 9 nũulis.

Facit 1 so, 0, num, & dodrante.

Frumenti

Frumenti mensura 33 nummulis, quanti modius. Facit 2 flo. 18 so.

Siliginis modij 8 emuntur 2 florinis 18 solidis.

1 mod.		1 1 0
quanti $2\frac{1}{2}$	Facit	1 7 so. $4\frac{1}{2}$ num.
men:		0 $4\frac{1}{8}$

Tritici modij 3 & 15 mensuræ emunt 4 florinis 14 solidis & 6 num. quanti.

una mensura	0	1	7
$8\frac{1}{2}$ Facit	0	15	1
8 modij	9 flo.	26 so.	3 num.
16 mo. et 16 mẽ	20	11	1

Vel quæritur, quantum tritici emitur.

132 flo. 16 so.		108	$15\frac{3}{4}$
258	$1\frac{1}{2}$ quadrã. fa.	211 modi. 22 mẽ.	$\frac{27}{128}$
$75\frac{3}{4}$		62	$3\frac{31}{64}$

Frumenti modíj 47 & menſuræ 21 ſi 155 florinis minus] 6 cruciatis emantur, modius 3 florinis & 12 cruciatis ualet. Modio nunc 32 menſuras continēte, quæritur quot cruciati in huiuſmodi florino computentur.

Facit 48.

Accepit aliquis a domino ſuo iam præſcriptæ monetæ 2 florinos 1 $\frac{1}{2}$ quadrantem ut pro illis emat Gallam, uitriolium & Gummi ſingula æquali pondere. Valet autem gallæ una libra 7, uitrioli 4, gummi uero 13 cruciatis, quæritur quantum cuiuſlibet habiturus ſit.

Facit cuiuſlibet 4 li. 24 ſemun.

Frumenti modíj 132 & 20 menſuræ ſi 566 florinis 13 groſſis & 7 $\frac{1}{2}$ obolis emantur, modius 4 florinis 4 groſſis & 10 obolis ualet. Quæritur, modio 24 menſuras continente, quanti florinus

nus, quanti insuper grossus æstimetur.

Facit	Florinus	18 grossis
	Grossus uero	$12\frac{1}{2}$ obo.

Emit quidam aromatum libras 12 semun. 9, tredecim florinis, 5 cruciatis, 2 num. & soluit singulas semun. 9 nummulis. Quæritur, quot cruciati florinum, & quot nummuli cruciatum constituant.

Facit	54 cruci.	1 flori.
	5 num.	1 cruci.

Triginta quatuor absumserunt uini mensuras $16\frac{1}{2}$, atque harum quælibet 10 numulis uendita fuit. Præterea etiam pro pane & obsonijs debēt $7\frac{1}{2}$ cruciatos. Conuiuarum autem 20 integro, 14 uero dimidio solum interfuerunt conuiuio. Valent autem 14 nummuli 5 cruciatis. Quæritur, quantum utriusq; partis unus dederit.

Facit qui { integro inter fuerũt, / dimidio } quilibet dabit { 8 / 4 } nũ.

Victus precium in hebdomada sunt 15 albi $\frac{3}{4}$ Quæritur, anno pro 52 hebdomadibus reputato, quantum in annum expendat, in moneta cuius florinus 30 albis, albus uero 8 numulis æstimetur.

Facit 27 flo. 9 albi.

Si uictus precium in hebdomada triens florini fuerit, quid expendetur in 6 hebdomadas & 3 dies.

Facit 2 flo. 4 al. 1 $\frac{5}{7}$ num.

Precium annui uictus est 24 florinorum, quæritur quid in dodrantem anni demtis 4 septimanis impendi dabeat.

Facit 16 flo. 4 al. 4 $\frac{12}{13}$ num.

Vel quæritur quamdiu 15 florini suppetãt

Facit 32 $\frac{1}{2}$ septima.

Monetæ

Monetæ Vuirtenbergensis quidam in alimoniam annuam exponit florinos 29, quid in

1	o flo.	15 so. 3 $\frac{2}{13}$	
19 septi. 2 dies Fa.	10	21	o $\frac{12}{13}$ nū:
$1\frac{1}{2}$ quartā anni	10	24	3

Vel quanto tempore aliquis sumtus faciet

de 13		23	$2\frac{2}{29}$
$25\frac{1}{2}$ flori.	Facit	45 septi.	$5\frac{2}{29}$ die:
$49\frac{3}{4}$		89	$1\frac{15}{29}$

Pandocheo cuidam mutuo dederam $24\frac{3}{4}$ florinos austriacæ monetæ, atq; horum mihi soluit 18, florinos minus 18 nummulis, cupiens quod reliquum est secum uictu ut cōsumam, petens sibi dari in singulas septimanas 25 cruciatos. Qnæritur nunc quamdiu cogatur ille mihi cibum præbere.

Facit 16 septi. 2 dies $\frac{87}{100}$

Vel ad finem 16 septimanæ Pandocheus reddit pro reliquo tempore nimirū $2\frac{87}{100}$ diebus 1 solidum 11 num.

Hoc autem regula Proportionum, dicendo una septimana consummuntur 25 cruciati, quot $2\frac{82}{100}$ dieb. clarum reddet.

Alius quispiam a me mutuo acceperat 20 florinos 17 grossos 3 num. misnenses, apud quem deinde diuersatus sum dodrantem anni & 2 septimanas. Singulis igitur septimanis 10 grossos ab illa summa subtrahi cum poscat ille, quæritur uter alteri & quantum debeat?

Facit Pandocheus mihi adhuc numerabit 1 flo. 6 gr. 3 num.

Dominus quidam conduxit seruum quendam, cui pro annuo famulatu dat florinos 14, uerum post semestre & 6 septimanas seruus dimitti petit. Quæritur, quantum hoc tempore promeruerit in moneta Vuirtenbergensi.

Facit 8 flo. 17 so. 1 num $\frac{5}{13}$.

Vnus

Vnus ratione officij sui singulos annos

habet	Tritici	32	modios
	Siliginis	16	
	Auenæ	Totidem	
	Lentis	4	quartas
	Pisorum	4	
	Vini uero	6 ur. 5 quar. et 6 men:	

In numerata deinde pecunia 68 libras 15 so. & 9 obolos. Quæritur si post 21 septimanas alicui alij cedere cogeretur, quid successori de singulis relinquendum esset. Ponatur autem quod Modius Tritici & Siliginis 8, Auenæ uero 9 mensuras contineat, urna deinde uini 12 quartis, quarta uero 6 mensuris impleatur. Annus ut semper 52 septimanas habeat, & Vuirtenbergensis sit moneta, apud quos libra 20 solidis, solidus uero 12 obolis permutatur.

Facit de	Tritico	19 mo:	0 men: $\frac{2}{13}$
	Siligine	9	$4\frac{4}{13}$
	Auena	9	$4\frac{11}{13}$
	Lente	2 quar: $\frac{5}{13}$	
	Pisis		
	Vino 3 ur: 7 quar: 1 men:		

In numerata deinde pecunia
4 lib. 2 so. 10 obo. $\frac{11}{52}$

Domum quidam conduxit, cuius annua pensio sunt 7 florini, quid nunc sibi pro 9 septimanis expendendum sit, rogat.

Facit 1 flo. 5 so. 5 num. $\frac{7}{13}$

Reditus annuus centum florinorum 5 florini sunt. Quæritur si forte 3245 florini in usuram ponerentur, quantus illorum annuus reditus futurus sit.

Facit 162 flo. 7 so:

Exposuimus

Expoſuimus iam ſatis multa huius regulæ exempla, at ſi quis plura forte requirat, conſideret, quid poſſint numeri proportionales. Nam illorum quilibet, ſecundus, tertius uel quartus modo repertus, primo loco poni poteſt. Tum deinde quibus ſecundus tertius conueniant, ratio indicabit. Apparent itaq; ſic rurſum tres numeri, quibus ſe tanquam nouo atque alio exemplo exercere aliquis poterit. Hoc ſequenti exemplo oſtendetur.

Vlnæ 8 $\frac{3}{4}$ æſtimantur florinis 5 $\frac{2}{3}$, quantum expenditur pro 13 $\frac{1}{8}$ ulnis.
Facit 8 $\frac{1}{2}$ flori.

Iam quoniam hi numeri, tam propoſiti tres quam repertus poſtea quartus inter ſe proportionales ſunt, accipiatur, ad conſtituendum aliud exemplum, ſecũdus 5 $\frac{2}{3}$ flo. pro primo numero. Et quia tot florinis emtæ ſunt 8 $\frac{3}{4}$ ulnæ, erit ob id hic numetus ſecundus, & tertius deinde, ut qui eandem cum primo iam poſito appellationem

lationem, habere debeat 8 ½ Cum his tribus numeris, tanquam nouo aliquo exemplo, si iuxta regulam operatus fueris, pro exeunte quartum, qui prius tertius erat assequeris. Huius proposita sit hæc figura.

Quantitates proportionales

Vlnæ	flo:	Vlnæ		flo:
$8\frac{3}{4}$	$5\frac{2}{3}$	$13\frac{1}{8}$	Facit	$8\frac{1}{2}$

Mutatis numeris secundum conuersam proportionalitatem.

1 1 21

175 35 175 105

Diui- $\frac{52}{3}$ pro $\frac{83}{4}$ pro q̃t $8\frac{1}{2}$ facit $\frac{13\ \text{ul:}}{8}$

for8)

Non aliter si tertium numerum, $13\frac{1}{8}$ ulnæ, pro primo sumseris, secundus iam locus quartum numerum $8\frac{1}{2}$ flo: tertius uero locus primum numerum $8\frac{3}{4}$ ulnas recipiet. Et facta multiplicatione simul & diuisione, ut moris est, in exeunte, id est quarto loco, eum qui secundus antea fuerat, numerum reperies.

Huius

Huius ſume hanc figuram.

Vlnæ	flo:	ulnæ	
3			2
21		7	17
105	17	35 Fa:	5 flo: [illegible]
131	8 1	8 3	3
Diuiſor 8	2	4	
3) 4			

Et conuerſim nunc ſumitur & quartus pro primo numero. Ponuntur autem numeri ad regulam ſic.

Flo:			
1	35	1	35
11	105	17 Facit	$8\frac{3}{4}$ uln:
81	$13\frac{1}{8}$	52	4
2	4	3	
1			

Poſt

Post multa ac uaria huius proportio
num regulę posita exempla, sequitur
nunc eius examen siue probatio.

Recte ne igitur an secus operatus sis, hoc
multifariam cognosci poterit.

Primo. Tres numeri dati & quartus modo iauentus, cum proportionales sint, numeros iam ex multiplicatione primi cũ quarto & secundi deinde cum tertio numero productos, inter se æquales esse necesse est. Quod hoc exemplo ostendetur.

Primus	Secun:	Ter:	Quartus num.
9 pro	$11\frac{1}{4}$ quanti	$8\frac{1}{2}$,	Facit $10\frac{5}{8}$ flo:

Multiplicetur primus 9 item secũdus $11\frac{1}{4}$
cum quarto. $10\frac{5}{8}$ cum tertio $8\frac{1}{2}$ &
producentur $95\frac{5}{8}$ & $95\frac{5}{8}$

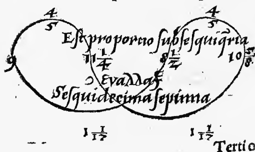
Hi iam producti numeri quandoquidem inter se æquales sunt, numeri etiam

quatuor

quatuor proportionales erunt. Ex hoc sequitur, exemplo proposito per hunc inuentum numerum satisfactum esse. Siquidem nullus alius ab illo diuersus cum tertio numero eandem proportionem, quæ est inter primum ad secundum numerum ut ex nona ꝓpositione quinti Euclidis colligere poteris, constituet.

Secundo. Numeri cum sint proportionales, sequitur, iuxta permutatam proportionalitatem, primum esse ad tertium, ut est secundus ad numerum quartum.

Sumatur superius exemplum.



Tertio

Tertio. Per proportionalitatem conuersam. Numeris enim proportionalibus existentibus, erit per illam, secundus ad primum ut quartus ad numerum tertium.

$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$ $1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}$

si 18 sũt ad 12 ut 18 ad 27, *erit conuersim* 12 ad 8 ut 27 ad 18

Atque de his omnibus, ea quæ secundum regulam egeris, quam probe gesta sint, exquirere poteris.

Probatur præterea hæc regula Transpositione numerorum, cum uidelicet tertius numerus in primum, primus uero in tertium, & inuentus, id est quartus numerus in medium ponitur locum. Nam sic facta multiplicatione huius medij cum tertio & diuisione deinde producti per numerum primum, is qui prius medius erat numerus, redeat, necesse est.

Exemplum

Exemplum ſit.

5 emuntur 3, quanti 29 Facit $17\frac{2}{5}$
Tranſpoſitis numeris, ut uidere poſſis probene an male operatus ſis, dic

Res
29 emuntur $17\frac{2}{5}$ quanti 5 Facit 3

Et tantus etiam erat exempli propoſiti ſecundus numerus. Quare recte te feciſſe ſcias.

Probare etiam hãc regulam poteris, numero aliquo aſſumto ſic. Aufer probæ numerum, de quo ſuperius in tractatu de integris traditum eſt, a ſingulis quatuor proportionalibus nũeris quoties poteris, reſiduos deinde inter ſe cum multiplicaueris, primi uidelicet reſiduum cum reſiduo quarti, & ſecundi poſtea cum reſiduo tertij numeri, tum ablato ex ambobus productis probæ numero quoties fieri poterit, ſi reliqui duo numeri inter ſe æquales fuerint errorem te uitaſſe ſcias. Hic tamen

V uelim

uelim te admonitum, ut uideas cuius appellationis fuerint residui in una multiplicatione eiusdem et in altera sint. Nam erraueris, hic si multiplicare uolueris solidos cum centenarijs uel libris, illic uero florinos cum libris, uncijs uel alia quapiam parte.

Vt accipiatur ad examniandum exemplum illud.

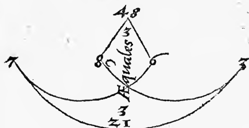
Vlnæ $8\frac{3}{4}$ æstimantur $5\frac{2}{3}$ florinis, quid ualent $13\frac{1}{2}$ ulnæ in Vuirtenbergensi moneta.

Facit 8 flo: 14 so:

In hoc exemplo quatuor sunt numeri proportionales

Vl:	flo:	ulnæ	flo:	so:
$8\frac{3}{4}$	$5\frac{2}{3}$	$13\frac{1}{2}$	& 8,	14

Probæ numero (qui exempli gratia sit 9) de singulis remoto, ad unam etiam eandem qꝫ appellationem primo & tertio, secundo item & quarto reductis, ponuntur numeri sic.



Aliud exemplum.

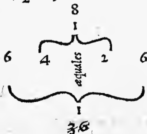
Alicuius rei pondus librarum Zygostaticarum 7½ ualet uno florino, quantum ponderis huius soluitur 3 florinis 5 soli: in moneta cuius florinis 20 solidis, solidus uero 12 obolis permutatur.

Facit 24 li: 12 semun:

Huius exempli ut superioris proba fuit 9, ita esto 7, hoc modo.

V 2 Flo:

Flo:	Li:	flo:	ſo:	Li:	ſemun:
1	$7\frac{1}{2}$	3	5	24	12



Sequitur nunc alius quidam modus per quem huius regulæ exempla nonnulla celeriter & facile explicantur, Ideoque hunc uulgus κατ' ἐξοχήν Practicam uocat. Nam cum ſit uerus huius regulæ & proprius proceſſus, ut cum primum quis numeros tres notos ordinauerit ſecundum cum tertio multiplicet, & productum per primum numerum diuidat, quod ſi exemplum aliquod propoſitum alia aggrediat̃ uia, atque ſic celerius ac compendio abſoluatur, Practice id fieri dicunt. Practicam enim intelligunt, quendam ſpecialem mo dum

dum, per quem exempli ſolutio celerius aliquanto, ac ſi uero proceſſu tractaretur, conficitur. Vt ſi quis quum primum ſibi aliquod exēplū ꝓpoſitū fuerit, abſq; omi fere multiplicatione & diuiſione, ſingulari quadam arte reſponſionem huius profe- rat, eum practice id ſoluiſſe dicūt. Verum ſi quis præter generalem huius regulæ mo dum, exemplum aliquod ſoluere coneret, ac tardius quam qui uero uteretur proceſ- ſu, ad metam ueniret non magnifacienda ſcilicet eſſet illius Practica. Huius itaque rationem, ne in uniuerſum illa priuareris, nunc ſubiungere placuit.

Exempli propoſiti quod hac ratione explicare cupis numerum ſecundum uel tertium in partes quotcunque diſtribues, ita ut illæ partim interſe, partim primi in- ter ordinatos numeri reſpectu, proportio- nem generis multiplicis ſiue æqualitatis conſtituant. Nam ſic quocunque partes hæ referantur, proportio nota cum ſit, nec etiam ignoret numerus tertius, unus de terminis notis, alter quoq;, huius uidelicet

 tertij

tertij consequens & quartus numerus sin gularum operationum de numero diuiso facili opera manifestabitur. Quibus ita re pertis, & deinde in unam summam col= lectis, quantus fuerit numerus propositi contractus responsioni conueniens osten= detur.

Diximus autem supra multiplicis siue AEqualitatis, quoniam harum proportio num denominationes admodum idoneæ sunt ad hoc negotium peragendum, cum in reliquis proportionum generibus, spe= ciebus item ratio hæc difficilior, atq; ob id etiam non ualde in usu sit, Alio qui pa= rum referret, in cuiuscunque generis pro= portionum partes, hunc numerum distri= bueres.

Sequuntur exempla accomodata ad mo: Vuirtenber:

Aliquis emit 7 urnas uini 25 florinis, quãti 3 9 urnæ. Facit 1 3 9 flo: 8 so:

In

In illa positione secũdus, Hic uero nu:ter: in partes distribuntur.

Vrnæ	flo:	urnæ	urnæ	flo:	urnæ
7	25	39	7	25	39
		117		100	28
21		16.20		25	7
$\frac{3}{1}$		5	16	14	8 4
Facit		139 flo: 8 so:	Fa: 139 flo: 8 so		

Positionum explicatio.

In priori huius exempli positione, secundus numerus. 25. distributus est in partes, 21, 3, 1. Et quoniam prima pars. 21. si ad primum numerum 7. referatur, proportio illius ad hunc tripla fuerit. Tertio itaque numero 39 triplato, quartus, qui ad tertium eandem proportionem habere debeat, producetur. Pro secunda uero parte 3 relata ad primam 21, cum septima pars sit illius ex numero etiam 117, quippe qui hunc numerum 21 respiciat, septima pars accipienda erit. Nam sic seruabitur proportionũ similitudo, id quod

obseruare necesse est. Sic propter unitatē, cum tertia pars sit ternarij, illius etiam qui ternarium respicit, numeri, nimirum 1 6 flo. 2 0 so. eam ob cam̄ quam diximus si tertiam partem acceperis, mox per summam partium omnium sic inuentarum, quæstioni satisfactum esse scias.

Non aliter in altera positione, ubi tertius numerus in partes distributus fuerat agēdum est. Nam primus proportionalium numerorū quemadmodum ad secundum numerum ita & ad tertium iuxta permutatam proportionalitatem, referri potest. Illo igitur tertio qui in partes 2 8, 7, 4 distributus est, nunc pro secundo, & secundo deinde pro tertio habito, erit eadem huius quæ prioris positionis tractatio. Hoc uno diligenter considerato & animaduerso, quem quisque respiciat. Atq; ita & hæ partes simul collectæ, quemadmodum prius quanto 3 9 urnæ in contractu soluantur indicabunt.

Aliud

Aliud exemplum.

Vrnæ	flo:				
8	9	14	3		29
	28	15	3		
	4	21	1	1	
	1	5	1	$1\frac{3}{4}$	

Facit 34 flo. 14 so. 0 num. $\frac{3}{4}$ obo.

Probæ numeri.

(9 / 6 — 8 — 2 — 6) (7 / 3 — 1 — 1 — 3)

Aliud exemplum in moneta cuius florinus 35 solidis, solidus uero 6 nummulis ualet.

Libræ	flo:	so:	nu:	
5	2	13	$2\frac{1}{2}$	$38\frac{3}{4}$
	4	26	5	10 potu-
	9	18	4	20 (isset
	2	13	$2\frac{1}{2}$	5
	1	6	$4\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$
	0	20	$5\ \frac{1}{8}$	$1\frac{1}{4}$

V 5 Facit

Facit 18 flo: 16 so: $2\frac{2}{3}$ num:

Pro: nu:

(9	(7
7	o
2 —— 2	6 —— 1
7	o

Libra uel ulna panni una 24 solidis 3 num mulis quanti 100

Facit 70 flo.

	So:	nu:	
1	24	3	100
2	28	o	4
11	7	o	16
56	o	o	80

facit 70 flo. o so. o num.

Vel sic in mo: Vuirtenber:

	So.	nu:	
1	24	3	100
1	21	o	
8	21	o	

Facit 87 flo: 14 so: o num:

Vna

Vna mensura 7 nummulis, quanti una urna quæ est 72 mensurarum.

Facit 3 flo:

num.				num.	Vuir:
1	7	72 .	1	7	72
	6	2 flo: 16 so:		1	
	1	12		2	24
Facit		3 flo: 0 so:	Facit 3 flo:		48

Libra 5 florinis 18 solidis 4 num: quanti 100 libræ.

Facit 566 flo. 18 so. 4 num.

flo:	so.	num.	
1 . 5 ,	18 ,	4 .	100
	14		5
	4		5 oo flo:
	4		5 o
		4	7 4
			7 4
			2 lo 4

Facit 5 66 flo. 18 so. 4 nũ:

Vel tertio numero diuiso in partes 7, 21, 42, 6, 24,

Ceræ

Ceræ centenarium 21 florinis $7\frac{1}{2}$ grossis, quanti 8 cente: 35 libræ in moneta cuius florinus 24 grossis, grossus uero 10 numulis permutabitur.

Facit 177 flo. 23 gr. $70\frac{1}{4}$ num.

Cen.				Cen.	
1	21	7	5	8	35
	85	6	0	4	
	85	6	0		20
	4	6	3		10
	2	3	$1\frac{1}{2}$		5
	1	1	$5\frac{3}{4}$		

Facit 177 flo. 23 gr. $0\frac{1}{4}$ num.

Centenarium pondus 27 florinis, quanti una libra.

Facit 6 gr. $4\frac{4}{5}$ num.

Li.		Li.	
100	27	7	
	5 gr.	4 nũ. 240 num.	
	1	$0\frac{4}{5}$	200
Facit	6 gr.	$4\frac{4}{5}$	40

In

In his & consimilibus exemplis, in quibus diuisor, id est primus numerus, maior est numero qui ex multiplicatione secundi cum tertio producitur, ualorem medij in grossis, solidis uel numulis pro tertio numero accipe loco unitatis uel alterius ibi positi numeri. Nam illo, quem dixi, ualore postea distributo, si cum partibus quemadmodum prius in alijs exemplis egeris, summa inde ueniens, unius libræ, ulnæ uel alterius cuiusq; rei preciũ erit quæsitum. Huius deinde medietas, quid se libra uel semiulna ualeat indicabit. Duplum uero, triplum uel quadruplum, si opus fuerit quanti duæ, tres uel quatuor emantur, ostẽdet.

Centenarium 17 florinis $1\frac{1}{2}$ quadrante, quanti $1\frac{1}{2}$ li. Facit 6 gr. $2\frac{11}{20}$ num.

Li.			
100	$17\frac{3}{8}$	$1\frac{1}{2}$	
	3 gr.	$4\frac{3}{4}$ nũ.	24
	0	$6\frac{12}{[illegible]}$	20
	4	$1\frac{7}{10}$	4
	2	0 $\frac{17}{20}$	

Facit

Facit 6 gr. 2 $\frac{11}{20}$ num.

(7	(11
5	10
4 —— 3	2 —— 3
5	10

Vini urna cuius 32 sunt mensuræ, 10 grossis constat, quanti 3 mensuræ.

Facit 9 num. 0 $\frac{3}{4}$ obo.

Men.	grof.	M	
32	10	3	
	2	11	10
	0	1 $\frac{1}{4}$	$\frac{8}{2}$ nũ.
	3	0 $\frac{1}{4}$	
Facit	9	0 $\frac{3}{4}$ obo.	

Mensuræ uini 160 emuntur 3 flo. 9 so. 2 nummulis, quanti una in moneta Vuirtenbergensi.

Facit 3 num. 1 obo.

Men:

Men.

160	3	9	2	1	
	1 nũ.	1 obo.			168
	1	1			80
		$0 \frac{3}{10}$			80
			$\frac{9}{20}$		8 6
			$\frac{9}{40}$		4
			$\frac{1}{40}$		2

Facit 3 num. 1 obo.

Centenarium 9 florinis 19 groſſis & 4 num. ualens, quanti 15 cente. 48 libræ & ſemis in moneta Miſnenſi.

Facit 135 flo. 13 gr. 0 nũ. 1 ob.

Cen-

Cen.	flo.	gr.	num.	Cen.	li.	
1	9	19	4	15	48½	
(7	10			9		
6	5		135	flo.	0 gr.	
4——3	4		7		3	
6		4	3		12	
			2		18	
			0		5	num.
			2		10	1
			1		20	8
					4	2
					2	1
					1	0

153 flo. 13 gr. 0 nũ 1 ob.

Libræ 42 emuntur 8 florinis 20 albis 6 obolis in moneta cuius florinus 26 albis, albus uero 9 obo. ualet, quanti uns libra. Facit 5 al. 4 obo.

	Flo.	al.	obo.	
42	8	20	6	1
½	1	6	6	
	Facit	6	4	

Libra

Libra 1 3 solidis $4\frac{1}{2}$ nummulis Vuirtenbergensis monetæ, quanti 1 0 0 libræ.

Facit 49 flo. 3 so 0 num

Li.	so.	num.	
1	13	$4\frac{1}{2}$	100
			50
			0 16 so. 4 num.
			8 2
			25 0
	Facit		49 flo. 3 so. 0

Vna libra empta est 1 4 solidis, (hoc est dimidio florino) minus uno nummulo & obolo, centum itaq; libræ 1 0 0 dimidijs hoc est 5 0 integris florinis soluentur minus 1 0 0 nummulis & tot obolis, Hoc & in alijs similibus sequendum erit.

Hoc idem exemplum applicatum ad monetam qua utuntur Negociatores.

X so.

so. Obo.

```
1      1 3   4½   100
 (1 3            50
  3              10
 7——9             5
  3               1  13  4
                     4   2
```

Facit 6 6 flo 17 so: 6 ob

Libra uel alia queuis res 3 florinis 2 7 nummulis Bauaricæ monetæ, quanti 6 8 li.
Facit 2 1 2 flo. 5 so. 6 num.

```
Res  flo  num.
 1    3   27    68
         21/6    3
              204 flo.
                 6   5 so. 18 num.
                 1   6   18
```

Facit 2 1 2 flo. 5 so. 6 num

Vlnæ

Vlnæ 7 emuntur 18 flo. 15 nummulis, quanti 11 & dodrans.

Facit 4 flo. 3 so. $1\frac{12}{28}$ num.

	so.	num.		
7	18	15	$11\frac{3}{4}$	
$14\frac{4}{2}$			3 flo. 2 so.	15 num.
2			3	$10\frac{5}{7}$
			3	$10\frac{5}{7}$
				$25\ \frac{5}{28}$
			4 flo. 3 so.	$1\frac{12}{28}$ num.

Vrnæ uini 10 emuntur $17\frac{1}{2}$ florinis, quanti

una { urna } Facit { 1 flo. 5 so. 7 num. 1 ob.
una { mensu: } Facit { 0 0 5 0 $\frac{5}{24}$

Continet autem una urna 72 mensuras. Vel quantum uini emitur 236 florinis

Facit 134 urnæ $61\frac{5}{7}$ men.

Secundi numeri qui est $17\frac{1}{2}$ flori. decima pars, quanti una urna, & huius rursus precij una octaua nonæ, uel una nona octauæ, quanti una mensura ualeat, quemadmodum in sequenti figura cernere licet, indicabit.

Vrna	flo.	
10	$17\frac{1}{2}$	1

Fa. una		flo.	so.	num.	obo.
	urna	1	5	7	1
			1	15	$1\frac{7}{8}$
	mensura			5	$0\frac{5}{24}$

Tertiam huius exempli sulutionem habebis, si secundum uel medium numerum 10 in partes, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ & 5 distribueris, atque deinde propter $2\frac{1}{2}$, septimam partem primi numeri, etiam tertij numeri septimam partem accipies, propter uero 5, quæ ad $2\frac{1}{2}$ duplum sunt, illius precij quo $2\frac{1}{2}$ urnæ emtæ sint, duplum accipies, & habebis collectis partibus omnibus, quantum uini proposita pecuniæ summa emi possit.

Pondus

Pondus est aromatum libræ 13, semunciæ 12, drachmæ 3, si pro qualibet libra 3 solidi cum dimidio soluendi fuerint, quanta erit totius expensi summa?

Facit 6 flo. 4 so. 26 num. 1 $\frac{43}{64}$ ob.

Li.	so.	num.			
1	3	15	13, 12, 3.		
3 flo.	3 so.	15 num.			
1	0	0			
2	0	0			
		26	0 $\frac{1}{2}$ obo.		
		6	1 $\frac{1}{8}$		
		6	1 $\frac{1}{8}$		
		1	1 $\frac{9}{32}$		
		0	1	$\frac{41}{64}$	

Facit 6 flo. 4 so. 26 num. 1 $\frac{43}{64}$ oboli

Emit aliquis saccos piperis quatuor, habentes centenaria 8, 7, 7, 6, libras deinde, 14, 75, 0, 81, pro singulis centenarijs 45 florinos 13 solidos exponens. Pro saccis uero quibus piper continetur, demantur libræ 4$\frac{1}{2}$, 4$\frac{1}{4}$, 4 & 3$\frac{3}{4}$. Quæritur, quantum pecuniæ pro uniuerso pipere solo exponere

ponere debeat in moneta cuius florinus 20 solidis, solidus uero 12 obolis permutabitur.

Facit 1348 flo. 5 so. $5\frac{23}{50}$ obo.

Piperis & saccorũ pondus.

8 cen.	14 li.	$4\frac{1}{2}$	cen.	li.
7	75	$4\frac{1}{4}$ A	29	70 subtra:
7	0	4	0	$16\frac{1}{2}$
6	81	$3\frac{3}{4}$	29	$53\frac{1}{2}$ Piperis põdus
29	70	$16\frac{1}{2}$		
Cen:	flo:	Cen:		
1	45.	13, 29. $53\frac{1}{2}$		

(7
6

1160 flo.
145

7 — 6
6

14	10 so.	
2	18	
1	9	
22	16	6 obo.
4	77	$3\frac{3}{5}$
	18	$3\frac{3}{25}$
	9 1	$\frac{14}{25}$
	4 6	$\frac{23}{50}$

Facit 1348 flo. 5 so 75 $\frac{23}{50}$ ob.

Hactenus de huius regulæ practica.

Sequuntur exempla de Argenti & Auri supputatione accomodata ad monetam cuius florinus 20 solidis, solidus uero 12 obolis æstimabitur.

Argentum & aurum emuntur secundum libram nummulariam, cuius 8 sunt unciæ uel 16 semuntiæ siue 24 duellæ. Sed quoniam argentum uel aurum aliud alio purius est, cunque uenale solum id quod purum est ab emtore expetatur, primum quantum puri in se argentum hoc uel aurum contineat perquirendum est. Nam hoc cognito, postea quid etiam ualeat, facile dignosci poterit.

Exempla sunt hæc.

Est argentum, pondus habens 12 librarum 13 semunciarum, purum uero quod singulis inest libris, appēdit 12 semuncias; quantum in toto totius argento puri sit quæritur.

Facit 9 libra 59 semun. 3 drach.

Semun.

Semun.	semũ.	li.	nũ.	se.	
16	12	12	13		
	8/4	6	6	drach.	
		3	3	2/1	
Facit		9	9	3	

Argenti puri libra 7 florinis 12 solidis constat, quanti emuntur 18.
Facit 136 flo. 16 so.

Li.	flo.			flo.	
1	7. 12. 18 Vel	1	7	12	18
	7		104	0	
	126		22	8	
	9				
	1 16		7	12	
Facit	136 flo 16	Fa: 133 flo 20 so:			

(7
6

x——4
6

(11
4

x——7
4

Argenti

Argenti puri libra $7\frac{1}{2}$ florinis emitur, quanti ualent 24 libræ 11 semunciæ.

Facit 185 flo: 3 so. $1\frac{1}{2}$ obo:

Li.	flo.	so.	Li.	semun.
1	7,	10	24,	11
			7	
	10 so.		168	
			12	
			3	15
				18	9
				9	$4\frac{1}{2}$
Facit			185	3	$1\frac{1}{2}$

Est argentum cuius totum pondus est 24 librarum 11 semuntiarum & 2 drachmarum, habens purum in singulis libris 15 semuncias. Quantum puri in se hoc argentum contineat, quanta etiam posthac pecunia purum id solui possit, cum una libra 7 florinis & triēte ualeat, quæstio est.

Facit puri 23 li. 2 se. $3\frac{15}{8}$ drach:
Valet autē 169 18 $9\frac{15}{16}$ obo:
X 5 Li:

Li.	semun.	Li.	se.	d
1	15	24,	11,	2
		12	5	3
		6	2	$3\frac{1}{2}$
		3	1	$1\frac{3}{4}$
Semũ.flo.so.obo.		1	8	$2\frac{7}{8}$
16 7 6 8		23 li.	2 se.	$3\frac{1}{8}$ duel:

7
161 flo.
7 13 so. 4 obo.
18 4
4 7
2 $3\frac{1}{2}$
$3\frac{7}{16}$

Facit 169 18 $9\frac{15}{16}$

In hunc modum proponi etiam possunt exempla de Auro.

Massa auri appendens 3 libras & 16 duellas, puri in singulis libris habet 22 duellas, quæritur quantum sit purum totius massæ. Facit 3 libræ 8 duellæ $\frac{2}{3}$

Li:

Li.	Duel.		
1	22	3	16
(7		1	20 22 11
5			
3——4			
5			$5\frac{2}{3}$
	Facit. 3 li.		$8\frac{2}{3}$ duel:

Duella auri puri $3\frac{1}{4}$ florinis ualet, quanti 2 libræ $11\frac{1}{2}$ duellæ.

Facit 193 flo, 7 so. 6 obo.

Duel:	flo.			
1	3	5	2	$11\frac{1}{2}$
	26 flo.	ø		
	6	10 so.		
	3	5		
	1	12	6 obo.	
	156	0	0	
Facit	193 flo.	7 so.	6 obo.	

Auri libræ 7, unciæ 5 & duella æstimantur, quælibet uncia puri 8 florinis $1\frac{1}{2}$ triente. Iam purum quod habet quælibet libra

libra si 6 unciarum & dimidiæ fuerit, cuius ponderis totum purum sit, & quid postea illud ualeat, quæro.

Facit purum 6 li: 1 un. $2\frac{1}{2}$ duel:

Valet autẽ 423 flo. 11 so. 8 obo:

Quære primum quantum puri fuerit.

	Vn.	Li.	88	1	1 duellas
Li	13	23	2988	49	8
Diuisor 6) $\frac{1}{1}$	$6\frac{1}{2}$	$7\frac{2}{3}$	49 fa: 6 li: 1 un: $2\frac{1}{2}$		
			6	8	2

Quid nunc purum hoc ualeat, sic.

	flo.	Vn.	1 1247	2
Vn.	17		5083	38
Diuisor 12) $\frac{1}{1}$	$8\frac{1}{2}$	$\frac{299}{6}$	423 flo. 11 so: 8 ob:	
			12	3

Auri

Auri libræ $13\frac{1}{2}$ cuius purum in singulis libris est 21 duellæ & dimidia, uenales indicantur, singulæ duellæ puri 3 florinis $1\frac{1}{2}$ quadrante. Quantum nunc puri, quanti item purum hoc ualeat quæritur.

Facit purum 12 li. o un. $2\frac{1}{4}$ duel.
Valet autem 979 flo. 11 so. $10\frac{1}{2}$ obo.

Li.	Duel.			
1	$21\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{2}$		
		6	6 un.	
		3	3	
		1	5	$1\frac{1}{2}$ duel.
			2	$0\frac{3}{4}$
		12 li.	o un.	$2\frac{1}{4}$ du:

Duel.	flo.	so.	obo.
1	3	7	6
	6	15	0
		16	$10\frac{1}{2}$
	20	5	0
	162	0	0
	810	0	0

fe 979 flo; 11 so $10\frac{1}{2}$ obo.

Eadem

Eadem ratione soluuntur etiam exempla quæ de Aromatibus proponi solent in hunc modum.

Emit aliquis baccarum lauri centenaria 8 & dodrantem, sincera singula 3 florinis 12 solidis, appendit autem id quod de singulis centenarijs excernitur, 12 libras Zygostaticas. Quæritur, quod mercis huius precium sit.

Facit 27 flo. 14 so. $4\frac{4}{5}$ obo.

Cen:	li:	Cen:	Cen:	flo:	so:	Cen: li:
1	88	$8\frac{3}{4}$	1	3	$\frac{12}{5}$	7 . 70
	4 40			18	0	
	2 64			9	0	
	66			0	14	$4\frac{4}{5}$

fa:7 cẽ:70 li:puri Et ualet 27 fl:14 so:$4\frac{4}{5}$o:

Saponis

Saponis 6 centenaria minus 18 libris Zygostaticis uenalia inscribuntur, centenarium quidem 6 florinis minus uno quadrante. Verum pro uase in quo Sapo aduectus esset, singulis centenarijs detrahuntur 8 libræ. Quantum primo sit saponis solius, quanto deinde precio constet, quæstio est.

Facit Saponis 5 cente. 35 li. $\frac{11}{25}$
Constat autem 30 flo. 15 so. 9 $\frac{2}{125}$ ob:

			Li. pu.	flo.	so
1	92. 5	82	100	5.	15. 535 $\frac{11}{25}$
	2	91		2 8	15
	1	45 $\frac{1}{2}$		1	8 9
		58 $\frac{1}{5}$			11 6
		29 $\frac{1}{10}$			2 3 $\frac{3}{5}$
		11 $\frac{16}{25}$			3 $\frac{13}{25}$
					0 $\frac{138}{250}$

Facit 5 cen. 35 $\frac{11}{25}$ li. 30 flo. 15 so. 9 $\frac{2}{125}$ ob.

Mercator

Mercator quispiam pellioni uendit 5965 pelles, mille quidem 56 florinis & $\frac{5}{8}$. Iam uero ex earum inspectione cum magna ex parte uitiosæ reperiantur, quo contractus procedat, pellioni mercator ad singulas millenas 100 addit. Habet insuper mercator alterius generis pelles 984, quæ & illæ cum inspiciuntur, non omnes bonę atque utiles esse uidentur, in singulis enim centenis 12 prauæ reperiuntur, seliguntur itaq;, atque sic, bonas tantum, singulas centenas 18 florinis minus 36 nūmulis Norinbergensibus soluere pellio ille statuit. Quęritur nunc quantum pecuniæ pellioni pro hac tota merce exponendum sit in moneta cuius florinus 24 grossis, grossus uero 10 nummulis permutabitur.

In priori contractu, propter 100 uitiosas additas dicendum est.

flo.

	flo:			
1100	$56\frac{5}{8}$	3965		
		360	10	$9\frac{1}{11}$
		180	5	$4\frac{6}{11}$
		18	0	$5\frac{5}{11}$
		3	14	$5\frac{1}{11}$
		1	19	$2\frac{6}{11}$
		0	10	$8\frac{3}{22}$
	Facit	204flo.	2	$5\frac{17}{22}$

In secundo contractu quandoquidem inter centum 12 uitiosæ reperiuntur, primum quot pelles bonæ sint, illæ deinde quid ualeant supputandum est.

	Bonæ pel:	
100	88	984
	9	
	792	
	44	
	$17\frac{3}{5}$	
	$8\frac{4}{5}$	
	$3\frac{13}{25}$	
Facit	$865\frac{23}{25}$ bo:	

Y flo.

flo.

100 17 $\frac{6}{7}$ 865 $\frac{23}{25}$

125 700

17 20 gr. 5 nũ. $\frac{6}{7}$ 100

8 22 2 $\frac{2}{7}$ 500

1 18 8 $\frac{4}{7}$ 100

21 4 $\frac{2}{7}$ 5. 15 $\frac{5}{}$ $\frac{3}{25}$

4 2 $\frac{6}{7}$

0 8 $\frac{4}{7}$

2 5 $\frac{5}{7}$

0 5 $\frac{1}{7}$

---

154 15 0 $\frac{6}{7}$ Et tanti uenduntur pelles posterioris contractus.

Quidam pro argento cuius puri libra nummularia ualet 7 florinis 9 so: 4 obo, exposuit florinos 873 solidos 12, puro autẽ quod cuilibet libræ attribuebatur, appendente 14 semuncias. Quantum pondus primo purum totius argenti habeat, deinde etiam quantum sit ipsum totum argentum, quæritur.

Facit purum 117 li. 0 se. 0 drach:
Totum uero 133 11 1 $\frac{5}{7}$

Li:

Li.

7. 9. 4. 1 873. 12

So 7lidi So273li: 14

56 819

Diuisor 748 Lib: 2184 Facit 119 li:

7) 149 1 $\frac{1}{1}$ 17472 7pu

3 1

Vt habeatur nũc totius argenti põdus, dic

Semũciæ ſemũcijs

puri. miſti puri

14 inſunt 16, in q̃t fuerũt 117

117

16 11 ſe. 1$\frac{5}{7}$d:

Facit 133 11 ſe. 1$\frac{5}{7}$d:

Cuprij centenaria 314 & libræ Zygoſtaticæ 10, ſoluuntur a quodam tali conditione. Si centenarium argenti puri 46$\frac{1}{2}$ ſemuncias habuerit, pro eo dare promittit 35$\frac{3}{4}$ florinos, quanto uero plus minuſue habuerit, pro huius libra nummularia dare uel ſubtrahere 7 florinos 7$\frac{1}{2}$ ſolidos. Nũc uero cnm exploratur cuprium apparet

centenarium ergenti habere 2 libras num. & 10 semuncias. Quæritur primum, quanto centenarium minoris, quam si quod dictum fuerat habuisset, soluatur.

Facit 2 flo. 1 so. $5\frac{13}{16}$ obo.

Deinde, quantũ hoc æs uniuersum ualeat

Facit 1 0577 flo. 11 so. 3 $\frac{3}{32}$ obo

flo. so.

16 . 7 , $7\frac{1}{2}$. $4\frac{1}{2}$

1 16 $10\frac{1}{2}$

0 4 7 $\frac{5}{16}$

Facit 2 flo. 1 so. $5\frac{13}{16}$ obo. Et ita priore parte explicata, absoluetur etiã posterior hoc modo.

Subtra- A 35 flo: 15 so. 0 obo.

hatur) 2 1 $5\frac{13}{16}$

& ma: 33 13 $6\frac{3}{16}$ quæ secundum regulam ordinentur sic.

Cen. Cen. li.

1. 33	13	$6\frac{3}{16}$.	314, 10.	
134	14	$0\frac{3}{4}$	4 10	
336	15	$1\frac{7}{8}$	100 200	
3367	11	$6\frac{3}{4}$		10
6735	3	$1\frac{1}{2}$		
3	7	$4\frac{3}{32}$		

facit 10577 flo: 11 so: $3\frac{3}{32}$ obo:

Vendere aliquis uult libras num. 17 argenti cum auro commixti, cuius quælibet libra argenti puri 12 semuncias habet, auri uero quod huic puro argento inest, sunt 2 unciæ. Nunc cum pro singulis libris argenti puri 7 florinos et quadrantem, pro duella deinde auri puri 3 florinos 11 so. 7 obolos postulet, quantum cuiuslibet purum appendat, quid item ualeat quæritur.

Argen:puri 8 li. 8 semun.
Facit
Auri:puri 4 2 semũcias
Argẽ: 61 flo. 12 so. 6 ob: ualet aũt
Valet aũt
Aurũ 363 1 6.
Dic.
16 { 8 — 8 li. 8 se. argenti
17 Facit
{ 4 — 4 li. 2 un. auri.

Li.	flo.	so.	Li.	se.	
1	7	5	8	8	
			7		
			56		
			2		
			3	12	6
	Facit		61	12 so. 6 obo.	

Duel.	Flo.	so.	obo.	Li.	un.
1	3	11.	7.	4	2
	21	9	6		
	85	18	0		
	343	12	0		

Facit 365 flo. 1 so. 6 obo: Et tanti uenditur Aurum.

Massa auri & argenti confusi 6 librarum nummularium & 2 semunciarum minus ½ drachmæ habet in singulis libris argenti 18 duellas, & quod reliquum, ut 6 duellæ, aurum est. Argenti uero libra 8 florinis, & auri semuncia 5 flo. 2 so. & 9 obolis æstimatur. Quæritur de argenti & auri pondere, quid insuper quodlibet ual eat.

Facit

Facit Argenti 4 } li: 9 } se: 1 } du: $2\frac{1}{2}$ nũ:
Auri uero 1 } 8 } 1 } $3\frac{1}{2}$

Et ualet { Argẽ: quidẽ 36flo.14ſo.$0\frac{3}{4}$ob.
Aurũ uero 125 14 $1\frac{31}{32}$

Li:	ſe:	drach.	de.
6	1	3	2
1	8	1	$3\frac{1}{2}$
4	9	1	$2\frac{1}{2}$

Semũ	flo.	ſo.	obo.	li: ſe. du. de.
auri	5	2	9	1 , 8 , 1 , $3\frac{1}{2}$
1			8	
	41	2	0	
	82	4	0	
	1	5	$8\frac{1}{4}$	
	0	12	10 $\frac{1}{8}$	
		6	5 $\frac{1}{16}$	
		3	2 $\frac{17}{32}$	

Facit 125flo. 14ſo. $1\frac{31}{32}$ obo.

Li.	flo.	Li.			
1	8	4	9	1	$2\frac{1}{2}$
	32 flo.				
	4				
	0	10 so.			$\frac{8}{1}$
	0	2	6 obo.		
		1	3		
		0	$3\frac{3}{4}$		
Facit 36 flo:	14		$0\frac{3}{4}$ obo:		

Cariophilorum libræ Zygostaticæ $239\frac{1}{2}$, de quorum singulis centenarijs excernuntur insinceræ $9\frac{1}{2}$, uenduntur ab aliquo, singulæ libræ sinceræ 12 solidis, insinceræ autem 4 solidis 4 obolis. Quæritur quanti ponderis amborum fuerit, quanto insuper precio quælibet seorsim ualeant.

		cen.	li.		flo.	ſo.	obo.
Fa:	puri	2	$16\frac{299}{400}$	ualet aut	130	0	$11\frac{16}{25}$
	impu:	0	$22\frac{301}{400}$		4	18	$7\frac{13}{100}$

libræ Sincere

100 { $90\frac{1}{2}$ inſince: $9\frac{1}{2}$ } $239\frac{1}{2}$ Facit &c.

Li. So. Li.

1 12 $216\frac{299}{400}$

(7 108 200

1 10ſo. 21 12ſo.

1—4 2 0 6

1 1 6obo.

1 $2\frac{2}{6}$

0 $2\frac{22}{25}$

0 $\frac{2}{25}$

Facit 130 0 $11\frac{16}{25}$

Li.	ſo.	obo.	
1	4	4	$22\frac{301}{400}$
	4flo. 6	8	
(7	8	8	
3	2	2	
✗——✗	1	1	
3	0	$✗\frac{3}{10}$	
		$0\frac{13}{100}$	
	4 flo. 18 ſo.	$7\frac{13}{100}$	

Maſſa cyprij, argenti & auri, cuius pondus 87 librarum nummulariarum 6 unciarum, habet cyprij in ſingulis libris unciam, quod uero reliquum eſt, argentum ſcilicet & aurum, æſtimatur 1828 florinis & $\frac{1}{8}$ ualet autem nna libra argenti florinis 7 & 4 ſolidis Vuirtenbergenſis monetæ. Hanc maſſam duo ſoluunt, atque illorum alter tertiam auri partem deſiderans, florinos $487\frac{1}{2}$ exponit, alter uero qui reliquum auri & argentum inſuper omne accipit, reſiduum debiti ſoluit. Quæritur nunc primo, quantum puri & argenti & auri cuiuſlibet ſeorſim fuerit. Secundo, quantum

quantum auri primo, quantum item argenti & auri secūdo accedat. Tertio, quantum auri puri singulis libris insit.

Fa:puri	Argēti	51	3		$2\frac{6}{25}$	
			li:	semū:		drach
	Auri	25	8		$3\frac{19}{25}$	

Et primus de auro hēt	8	8		$1\frac{19}{75}$	
Secūdus uero de	Argēto 51 li:	3 fe:		$2\frac{6}{25}$	drac:
	Auro 17	0		$2\frac{38}{75}$	

Singulis præterea libris ineſt.

De	Auro quidem	4 semun.	$2\frac{5626}{8775}$	
				drach
	Argento uero	9	$1\frac{3149}{8775}$	

Est qui a me mutuo accepit 2455 florinos, atq; ille dissoluturus debitum, dat mihi auri libras nummularias 35, uncias insuper 3 & duellam, singulas libras puri 80 florinis æstimans, & pro credita sibi pecunia

cunia omni minus 8 florinis & triente ſatis ſe feciſſe affirmat. Quantum impuri habuit hoc aurum.

Facit 4 li. num. 6 un. 2 duellas.

Pro 994 florinis 3 ſolidis 24 nummulis Bauaricæ monetæ aliquis emit aurum, ſingulas duellas puri 3 florinis 3 ſolidis 18 num, habet autem quælibet libra, puri, uncias 7 & duellam $1\frac{1}{2}$. Quantum eſt illius maſſæ cuprium & aurum cuiuſlibet.

ſeorſim facit	Cupriũ	0	li.	6	un.	0 $\frac{13}{15}$ duel.
	Aurũ	11		6		1

Argentum quoddam in ſingulis libris 9 ſemuncias puri habet, quantum huius uni uel 20 libris de puro quodam argento apponendum fuerit, quo poſtea quælibet totius compoſiti num. libra 12 ſemuncias de puro habeat?

Facit Vni libræ 12 ſemun.
20 uero 15 li:

Cum

Cum libra 12 semuncias puri habere debeat, & 16 semunciæ libram numulariã constituant 4 semunciæ cuprij in libra erunt, atque sic argentum purum unius libræ adsunt cuprium triplum. Quare si 7 semuncias cuprij eius libræ cui 9 semuncias puri tribuimus, triplaueris, & producto postea purum quod prius in illa libra fuerat, 9 uidelicet semuncias, subtraxeris, habebis quantum argenti puri uni libræ addi debeat. Hoc postea cum 20 si multiplicaueris, quantum etiam 20 libris addendum sit, apparebit.

pu.
Est 9 se. 7 — Proba — 4 3 4
Iam sit 12 se. per 4 21 — 28 21 16
9 — facit 12 se. etc.

3 Fa: 12

Est argentum cuius quælibet libra 4 semuncias cuprij habet, quæritur quantũ cuprij huius argenti uni uel 20 libris apponendum sit, quo postea quælibet libra 7 semuncias cuprij habeat.

uni libræ o li. $5\frac{1}{3}$ femun.

Facit

20 uero 6 $10\frac{2}{3}$

cupriј puri

4 12

Probatur hoc si dixeris

64 28

$2\cancel{1}\frac{1}{3}$ $9\frac{1}{3}$ $1\frac{6}{1}$

7 9 $9\frac{1}{3}$ Facit 7 fe. cupriј

4

$\frac{2}{3}$ Fa: $5\frac{1}{3}$ femun. uni

Auri maffam, cuius quælibet libra 21 duellas puri habet, cupit aliquis uariari ac tantum cupriј addi, ut quælibet libra dein de 18 duellas puri habeat. Quæritur cuiusnam ponderis cuprium illud quod uni uel 20 libris additur, fuerit.

Facit { Vni libræ o li. 1 un. 1 duel.
20 uero 3 2 2

Maffam,

Massam, cuius quælibet libra argenti puri contineat 9 semuncias, quidam uariari cupit ut quælibet posthac libra 12 semuncias puri habeat. Quæritur quantum de alia massa cuius purum in singulis libris 14 semunciarum fuerit, uni uel 20 libris addendum sit.

	Vni libræ	1 li.	8 semun.
Facit			
	20 uero	30	0
Argen.	Cu.		
9	7		
12	4	21	
		9	
	3	12	

Tot semunciæ puri, uni propositi argenti libræ addendæ fuerant quo deinde hæc 12 semunciarum esset. Sed cum argentum hoc quo cum alteratio fieri debet, cupriũ etiam admistum habeat, adeo ut huius cuilibet semunciæ 7 illius accedant, in singulis scilicet huius argenti libris 8 semunciæ superfuerint. Quæ si essent 12, cum tot semuncias, ut modo calculauimus, huius modi

modi unius libræ alteratio, requirat una alterantis libra sufficeret. Dicendum igitur est 8 semuncijs opus est una libra, quot 12 semuncijs.

Facit 1 libra 8 semuncijs.

Massę habentis argenti puri in singulis libris 12 semuncias, quantum uni uel 20 libris addi debet de massa, cuius purum quod quælibet libra habeat, 8 semunciarum fuerit, ut mixti illius deinde una libra 9 tantum semuncias puri habeat.

Facit	uni libræ	3 libræ
	20 uero	60

Massæ in qua puri argenti singularum librarum fuerint semunciæ 9. Quantum cuprij ex una uel 20 libris auferri siue igne consumi oportet quo tandem libra 12 semuncias puri habeat.

Facit	uni libræ	0 li. 4 semunciæ
	20 uero	5 0

Nam

Nam cum libra nummularia 12 ſemunciaſ puri habere debeat, cuprij 4 tantum ſemunciæ erunt, quandoquidem 16 ſemunciæ (ut diximus) libram nummu: perficiunt. Et ita quidem triplum erit argentum purum ad cuprium, itemque cuprium reſpectu puri, ut tertia pars. Semunciæ igit̃ 9 puri tres ſemuncias cuprij requirent. De 7 itaque ſemuncijs cuprij quæ aſſunt, 4 conſummendæ ſunt. His uigeſies ſumtis quantum de 20 libris conſummendum ſit, producetur.

Exemplum hoc probare poteris, dicendo.

12 ſemũ:	habẽt pu:	9	ſemũ: quot	16 ſe:	facit 12 ſemun:
15 libræ		180		1 li:	

Hæc de argenti & auri rationibus exponere uoluimus, quæ & in præſentia dilatanda eſſe non putauimus.

Est alia regula quam Detri conuersam uocant.

Hæc regula, ut præcedens Detri, a tribus datis numeris nominatur. Conuersa uero a numerorum conuersione. Numerus enim qui in proportionum regula tertius erat, Quæstionis scilicet, in hac pro primo nunc habet, & qui illic primus hic tertius tibi erit. Medius uero numerus manet immutatus. Numeris itaque sic, ut dictum est, ordinatis, multiplica tertium cū medio, producto posthac per primum numerum diuiso, apparebit exempli solutio ut.

Pannus 8 ulnarum, cuius latitudo est sesquiulna, emitur a quodam ut tunica conficiatur sibi, quam etiam alio panno uiliori subducere cupit, cuius latitudo dodrans tantum est ulnæ. Quæritur quantanam illius uilioris panni longitudo esse debeat.

Facit 1 6 ulnarum.

Ponuntur

Ponuntur numeri ſic.

Secundū regulā Detri			Secundū regulā Detri conuer		
Diuiſor 6	Latitudo $2\frac{1}{2}$ (3)	Longitudo $\frac{8}{1}$	Latitudo $\frac{3}{4}$ Di: (6	Latitudo $\frac{3}{4}$	Longitudo $\frac{8}{1}$	Latitudo $1\frac{1}{2}$ (3)

3
96
Facit 16 ui:
6

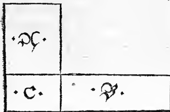
3
96
Facit 16 un:
6

Huius regulæ certitudo & firmitas eſt prima pars propoſitionis decimæ quartæ ſexti Euclidis, cuius ſenſus talis eſt.

AEqualibus, & unum angulum uni angulo æqualem habentibus parallelogrammis latera circa æquos angulos ſunt reciproce proportionalia. Vel ut Euclides loquitur, ἀντι πεπόνθασιν. Nam eaſdem hæc

regula cum iſta propoſitione habet hypotheſes. Duos enim pannos quorum alter alteri ſubducitur, inter ſe æquales eſſe conſtat, quippe quorum neuter ultra alterum protendi ſoleat. Angulum deinde angulo æqualem habent, cum ſint ſuperficies rectangulæ. Quare propoſitione demonſtrata, regulæ quoque ſatisfactum fuit.

Sint igitur duo panni ut ſcilicet duæ ſuperficies quales hæc propoſitio requirit, A & B, atque hæ iungantur angulariter, ita ut longitudo unius ſit cum latitudine alterius una recta linea, hoc facto cõpleat tertia ſuperficies C uidelicet. Atq; hæc ſit huius propoſitionis κατασκευή. Nunc uero cum primum ex hypotheſi A & B ſuperficies ſint inter ſe æquales, erit illarum ad tertiam ſuperficiem C, ex prima parte ſeptimæ propoſitionis quinti Eucli. una ꝓportio. Sed ſuperficiei C ad utramlibet ſuperficiẽ A uel

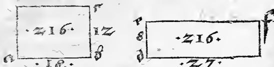


B, ex

B, ex prima ſexti, proportio eſt ut baſium: quare ſequitur iam ex 11 quinti Eucli. duas proportiones, baſium ſcilicet, cum uni, ut in hoc exemplo ſuperficiei ad ſuperficiē, ſint eædem, inter ſe eaſdem eſſe. Erit itaq; latitudo B ut prima quantitas, ad longitudinē ſuperficiei A ſecundā quantitatem, ſic ut latitudo A tertia ad B ſuperficiei lõgitudinem quartam uidelicet quantitatem. Hæc cum ignota ſit, regula Proportionũ etiam iam nota fiet.

Fecimus ſupra mentionem figurarum parallelogrammorum ἀντιπεπονθότων quorum definitionem ex Euclidis eodem libro, ne quid ad propoſitionis intellectum requiratur, aſcribere libuit.

Figuræ quę ἀντιπεπόνθασιν ſunt, in quarum utraque & antecedentes & conſequentes proportiones ſunt, ut ſi exempli cauſſa in parallelogrammis a b c & d e f proportio a b, lateris prioris parallelogrammi, fuerit



ad latus d e posterioris, sicut e f, huius poste rioris, ad b c illius prioris, hæc inquam parallelogramma a b c & d e f sunt quæ ἀντιπεπονθασιν.

Huius regulæ exempla sunt, quæ de pinsendo pane, de conductis operis, de mutuo & id genus alijs proponi solent. Nam neque in his numeri ordine quo deberent, sed reciproce proportionales sunt.

Tritici, cuius mensura emitur 21 solidis Vuirtenbergensis monetæ, panis nummulo emtus, iuxta alicuius ciuitatis ordinationem pondus habet 13 semunciarum. Quæritur nunc si siligo carius utpote 28 solidis, uel uilius nimirum 14 solidis emeretur,

emeretur, quantum posthac ponderis talis panis habere debeat. Facit si,

28	solidis cōstat, huius pō	9	3	du:
14	dus erunt	19	2	

Panis nummulo emtus ex tritico cuius mensura 28 solidis constat, pondus habebit 9 semunciarum & 3 drachmarum, qui tamen a Pistore nimis lucri cupido, non nisi 8 semunciarum & unius drachmæ pondere conficitur. Quæstio nunc oritur, quantum ipsius iniquum lucrum sit ex frumento 15 florinis emto.

Facit 2 florini 20 so: $2\frac{2}{11}$

Si opus quoddam 56 operarij perficiunt 12 septimanis, in quanto tempore illud absolueretur cum.

64	operarentur. Facit	$10\frac{1}{2}$	septimanis
42		16	

Vel quot operarij opus hoc perficerent ſeptimanis 32.

Facit 21 operarij.

Quidam a me mutuo accepit 200 florinos, quibus cum uſus fuit biennium & ſemeſtre, reſtituit hos, promittens ſe mihi ſimili quapiam in re gratificaturum. Quæritur nunc cum uſus ueniret, quantum pecuniæ mihi mutuo dare debeat ille in annum, quo parem beneuolentiam referat.

Facit 500 florinos

Vel quæritur ſi mihi ille mutuo poſtea rependat 325 florinos, quam longi temporis uſu paria futura ſint officia.

Facit 1 anni 28 ſeptimanarum.

Sunt duo quorum alter ad biennium alteri mutuo dedit 300 florinos, atque poſtea ab eo mutuo accepit 400 florinos ad $1\frac{1}{4}$ anni. Quæritur uter quanto alteri plus beneficij preſtiterit.

Facit

Facit qui alteri 300 florinos mutuo dederat, huic in 50 florinis per biennium, uel 4 mensibus cum 300 florinis (anno semper 12 menses attributo) plus beneficij contulit.

Explicatio.

Summa utriusqꝫ pecuniæ cum spacio temporis ad quod data fuit multiplicata, producentur duo numeri, qui si essent inter se æquales, paria etiam officia alterum alteri præstitisse constaret. Sed quia inæquales sunt, cuius maius fuerit productũ, plus, cuius uero minus, is minus etiam im pensum esse indicat. Quare minore producto a maiore subtracto, per alterum numerum multiplicationis unde maius productum oritur, residuum diuide, & patebit sua exempli solutio.

Centum quinquaginta milites in obsidione demensum uictum ad aliquod certum tempus habent. Verũ si forte ad eos quinquaginta accepti, uel eorum 25 dimissi fue-

ſi fuerint, quanti uni eorum minus uel plus debeatur quæritur.

Facit { Illic ſingulis $\frac{1}{4}$ de dimenſo ſuo detrahitur
Hic ſingulis $\frac{1}{5}$ ad dimẽſum ſuũ additur }

Sequitur regula Societatum.

Cum in copia & grandibus ſummis emtionum ſpes lucri maior eſſe uideatur, quod merces minutim pluris uenire conſueuerint: Neque tamen ſepenumero unius facultates & anguſta res illis grandibus emtionibus ſufficiant: Ideo conſociare plures inter ſe & conferre pecunias ad mercaturam ſolent, qui & emolumenta & detrimenta cōmunia habeant. Hanc negotiationem plurium communem hac ex cauſſa, ut opinor, ortam, Societatem uocant, cuius rationis nunc deinceps exempla ſubijciemus.

Sunt

Sunt tres quorum quilibet rerum ſuarum tenuitatem conſiderans, alijs ſe duobus aſſociat, primus itaque confert florinos 24, ſecundus, 33 tertius uero 51. Quæritur nunc ſi hac pecuniarum ſumma, ut communi ſorte lucrati fuerint florinos 144, quid cuilibet lucri deputandum ſit.

Facit	Primo	32	florini.
	Secundo	44	
	Tertio	68	

Hæc autem exquiruntur ſecundum Proportionum ſupra traditam regulam. Nam quemadmodum communi omnium ſummæ uel ſorti commune acceſſit lucrum, ſic quoque ſingulorum collatæ pecuniæ uel ſorti ſuum cuique lucrum. Sunt itaque quantitates uel numeri proportionales. Atque ut ſcias nunc ignotum huius proportionalitatis numerum, qui ſingulis quid ſibi lucri debeatur, indicet, multiplica commune lucrum cum pecunijs ſingulorum, productos poſthac numeros, quemli-

quemlibet seorsim si per summam omnium diuiseris; quid lucri singulis cedat habebis.

Sequitur huius exempli tractatio.

cuiusq; sors

Cōmūe ⎧24

Sors lucrū ⎪ 29 43 186

⎪ 34586,47582,73344

108 144 ⎨ 33 ta: pri: 33, se: 44, et ter: 68 flo

⎪ 108 100 108

⎩51

Quod si iam partes lucri singulorum in unum collegeris, commune lucrum rursus comparere necesse est, Quod est examen huiusmodi rationum certissimum.

Tres ineunt societatem, confert primus florinos $48\frac{1}{2}$, secundus uero 72, ac tertius deinde 58. Quibus cum postea negociantur, atque interim fortuna aduersa usi, iacturam de sorte communi faciunt florinorum $59\frac{1}{2}$. Quæstio nunc oritur quantum

tum cuiusq; damnum fuerit, uel, quantum cuiq; pecuniæ adhuc remanserit.

		fio:	so:	nũ		Vuir:			
Facit damnũ	primi	16.	4.	4	Atq; sic remāsit	primo	32.	9.	2
	secũdi	24,	0	0		Secũ:	48	0	0
	Tertij	19	9	2		Tertij	38	18	4

Quidam moriturus heredes instituit quinque, quibus florinos reliquit 2800, ue rum non æquͤ liter inter illos hanc summam distribui, sed primum heredem esse uult ex quincunce, secundum ex triente, tertiũ uero ex quadrante, quartum deinde ex sextante, & quintus posthac ut sit heres ex quadrante & semuncia. Nunc quæritur si forte partes singulorum hereditatẽ, id est assem, excedant, uel non perficiant, quid cuique hic plus, uel illic item minus quam sit sua destinata pars tribui oporteat

Facit

Facit quandoquidem partes singulorum simul sumtæ totã assẽ excedũt, ut tribuat

		uncia		uncias		unciȩ
minus	Primo	$1\frac{4}{7}$		$3\frac{3}{7}$		5
	secũdo	$1\frac{9}{35}$	Habe-	$2\frac{26}{35}$	cũ tamẽ	4
	Tertio	$\frac{33}{35}$	bit ita-	$2\frac{2}{35}$	illi assig-	3
	quarto	$\frac{22}{35}$	ꝙ tãtũ	$1\frac{13}{35}$	natȩ fue-	2
	quinto	$1\frac{1}{10}$,		$2\frac{2}{5}$,	rint	$3\frac{1}{2}$

Multiplicatis iam singulis singulorum uncijs cum 2 3 3 ⅓ florinis (tanta est enim una uncia uel duodecima pars assis, id est relictæ summæ florinorum 2 8 0 0) exibit in moneta quantum cuilibet decessit, quantumque mansit, atque etiam a Testatore destinata pecunia.

	Decesserũt	*Manserũt*	*destinati fuerãt*
	flo: so: obo:	flo: so: obo:	flo: so: obo:
Prĩo	366, 13, 4.	800, 0, 0.	1166, 13, 4
Secũ:	293, 6, 8.	640, 0, 0.	933, 6, 8
Ter:	220, 0, 0.	480, 0, 0.	700, 0, 0
quar:	146, 13, 4.	320, 0, 0.	466, 13, 4
quin:	256, 13, 4.	560, 0, 0.	816, 13, 4

Non

Non est dubium quin Testatoris uoluntas fuerit, ut quoties primus accipit 5 uncias, florinos, solidos uel obolos, toties secundus accipiat 4 uncias, flo:so: uel obolos, & toties etiam tertius 3, quartus uero 2, & quintus deinde 3 $\frac{1}{2}$. Quare si tota hereditas uel As pro medio sumeretur numero, primus deinde ac tertius sint ut supra, fieret postea multiplicatio & diuisio ut in Proportionum regula moris est, ueniet in exeunte quantum quilibet hæreditatis accipiat. Non n. magnopere laborant de eo quod uel illis aufertur uel destinatur, dummodo sciant quantum singuli accepturi sint. Hoc exemplo sequenti patet.

Habent quatuor communes monetæ Austriacæ florinos 766 & florini bessem, horum primus de tota summa petit sibi dari $\frac{2}{3}$, secundus uero $\frac{1}{4}$, tertius posthac $\frac{1}{3}$, & quartus deinde $\frac{1}{6}$. Quæritur nunc, quid quilibet pro sua portione accepturus sit.

Facit	Primus	266 flo:	5 so:	10 num
	Secun:	166	5	10
	Tertius	222	1	23 $\frac{1}{3}$
	Quartus	111	0	26 $\frac{2}{3}$

Neque in hoc exemplo aliquid difficultatis est. Nam ut paucis absoluas, adde inter se pertes singulorum ut moris est, & ueniet primus numerus, secundus erit pecunia omnium communis, tertius uero cuiusque pecunia. Quod si multiplicaueris iam tertium cum secundo, & productum per primũ diuiseris quid singuli accipiãt uidebis.

Vel si forte cum minutis operari minus assuetus sis, quære numerum & minimum quidem, qui partes propositas habeat. Hoc inuẽto, accipe partes singulas, illasq; pro tertio regulæ proportionis numero habeto, primus uero sit omnium illarum summa, secundus posthac ut prius, communis pecunia.

Sequitur positio utriusq;.

		$\frac{2}{5}$			24
		$\frac{1}{4}$			15
$\frac{29}{20}$	$766\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	69	$766\frac{2}{3}$	20
		$\frac{1}{6}$			10

Quomodo autem minimus numerus partes propositas habens reperiri debeat, ab initio capitis secundi in tertio tractatu expositum est.

Quinque, florinos 3900 diuidere statuunt tali conditione, ut quoties primus acceperit 5, toties secundus accipiat 4, quoties uero idem secundus acceperit 5, toties tertius accipiat 3, quoties item tertius acceperit 7, toties quartus habeat 2, quoties deinde quartus acceperit 3, toties quintus 4 florinos. Quæritur nunc, si pecuniã hac lege inter se distribuerint, quid singulatim unicuique cedat.

		flo:	gro:	misnẽ:
Facit	Primo	1500	0	
	secundo	1200	0	
	Tertio	720	0	
	quarto	205	15	
	Quinto	274	6.	

Primum omnium secundum quod docet quarta propositio octaui Eucli. (quam mox suijciemus) inueniendi sunt quin-

que numeri datas numerorum propositorum proportiones continue habentes, his sic inuentis, cum illis agas ac si essent singulorum cuiusq; pecunia, quarum omniũ summa illam pecuniam, 3 9 0 0 florinos, lucrati fuerint, & satisfacies quæstioni.

Præparatio propositionis quartę octaui Eucli: secundum quam tales numeri inueniantur, hæc est.

	Primus	5		25	175	
1 $\frac{1}{4}$	secundus	4	5	20	140	
1 $\frac{2}{3}$	Tertius	3	7	12	84	At=
3 $\frac{1}{2}$	quartus	2	3		24	
$\frac{3}{4}$	Quintus	4			32	

que hi sunt numeri datas proportiones continue habentes, quas nunc ad regulam ponas hoc modo.

flo.

flo: 175
140
455 . 3900 — 84 Facta iã multipli
24 catione & diuisio
32 ne, ueniet unicui-
que ut supra, sua pars.

Hoc exemplum nunc probari potest, Primo, Additiõe uniuscuiusque pecuniæ. Illa enim in unam summam collecta, florinos quos inter se distribuerunt uenire necesse est. Secundo proportione. Nam primi pecunia ad pecuniam secundi (si saltem proportionis habuisti respectum) se habere debet ut 5 ad 4, & secundi ad tertij pecuniam ut 5 ad 3, atque sic deinceps. Quæ si omnia sic correspondеrint, bene te fecisse scias.

Est autem quartæ propositionis octaui Eucli. sensus fere talis.

Proportionibus quotcunq; (& qualibuſcunque eiuſdem uel diuerſi nominis) in minimis numeris propoſitis, ipſas illas in numeris minimis etiam continue conſtituere.

Datæ proportiones in minimis numeris, quas in minimis etiam numeris continuari oportet, ſint A ad B, C ad D, E ad F & G ad H &c. Hæ ut continuentur, quæratur primo quemadmodum id docet 2 caput tertij tractatus, minimus numerus quem & B & C numerent, ſitque ille L, cõſequens uidelicet primæ, et antecedens ſecundæ proportionis ex datis. Et quoties nunc B in ipſo L continetur, toties ſumatur A, & ueniet antecedens primæ proportionis ad L, nimirum K, quoties uero C continetur in ipſo L, toties ſumatur D, & ueniet m, conſequens uidelicet ſecundæ proportionis ex datis. Habentur itaque iam duæ proportiones priores, quæ ſunt A ad B & C ad D, in minimis numeris K, L & M continuatæ Hoc autem propoſitione

ne. Si unus duos, uel duo item unum numerum multiplicauerint &c. facile demonstrari potest. Verum ut his etiam tertia, nempe E ad F proportio continuetur, quæratur simili modo ut prius, minimus numeratus ab E & M, sitque ille P, & quoties numerus ille P continebit M, toties sumatur uterque priorum L & K, quoties uero E fuerit in P, toties sumatur F, & producentur quatuor numeri N, O, P, & Q, primas tres positas proportiones continue habentes. His nunc simili modo si processeris, adiungetur etiam quarta & ultima proportio G ad H. Sicque in reliquis, si plures fuerint, agendum erit. Demonstratio autem huius propositionis, quantum ad hoc, quod proportiones propositæ iam continue altera alteram sequatur, pendet ex hac unica propositione, Si unus numerus aliquot, uel aliquot item unum multiplicauerint &c. Sed quod nũeri iã inuẽti sint, quibus tales proportiones contineantur, minimi ex propositionibus 21 & 37 septimi Euclidis patebit.

$1\frac{1}{4}$ { A 5, B 4	K 15, L, L 12	n 30	
$\frac{3}{7}$ { C 3, D 7	M 28	o 24, p 56	R 150
			S 120
$2\frac{2}{3}$ { E 8, F 3		q 21	T 280
			V 105
$3\frac{3}{4}$ { G 15, H 4			X 28

Diuidantur 920 in quinque partes, quarum primæ demantur 2, secundæ 3, tertiæ uero $3\frac{1}{2}$, quartæ deinde & quintæ partibus addantur, huic quidem $1\frac{3}{4}$, illi uero $2\frac{3}{4}$ ita ut tandem residuæ & productæ partes proportiones, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ & $\frac{7}{13}$ continuas habeant.

Facit

	Facit partes		ſo:	obo:
Prima	$224\frac{18}{19}$		18	11
Secunda	$148\frac{17}{57}$		5	11
Tertia	$109\frac{37}{38}$	Vel pro	19	5
Quarta	$154\frac{11}{228}$	minutia	0	11
Quinta	$282\frac{167}{228}$		14	7

Tres bonarum literarum ſtudioſi conſtituunt ſe communibus impenſis conducturos Euclidis interpretem, Adeunt igitur quempiam Geometriæ peritum, de cuius fide & eruditione nihil dubitant, atq; cum eo hoc modo paciſcuntur, daturos ſe ei Coronatos 150 δίδακτρον, ea tamen lege, ut præter ſe nullum alium interim ad eam lectionem audiendam recipiat, niſi omnium uoluntate & conſenſu, ac conditione tali, ut quotquot acceſſerint, dimidium illorum primis auditoribus ut accedat, dimidium item ut interpreti, ita ut & illi ſubleuentur impendijs, & interpretis merces augeatur. Paulo poſt adueniunt & admittuntur quatuor, quæſtio nunc eſt, primum quantum ſinguli præceptori numeraturi, deinde, quanto plus 150 coronatis idem ac-

cepturus sit. Tertio, quanto minus illi primi iam daturi sint, quam si nullus postea horum accessisset.

Facit { Singuli numerabunt 18 coro: & dodrantem. Præceptor ultra 150 coronatos accipiet 37 coro: & semissem.
Priorũ unus quam prius $6\frac{1}{4}$ coronatis minus persoluet. }

Præceptoris merces 150 coronati sunt, quos auditores illi tres soli soluere cogerentur, si præterea nullus auditor accessisset. Sed quoniam accesserunt quatuor, altera illorum pars, id est duo, prout primũ inter se conuenerunt, una cum prioribus tribus in persoluendis 150 coronatis æquũ onus sufferent. Quare quantum nunc quisq; dare debeat, de regula Proportionũ intelliges. Cæterā patent. Quatuor conducunt domum pro annua pensione $9\frac{1}{2}$ florinis tali conditione. Si quis illis ad cohabitandum accesserit, uel forte ab illis discesserit, ut sic quantam pecuniam ille qui uel

accessit

acceſſit uel diſceſſit ſoluere teneretur, eius pecuniæ tertia pars locatori, reliquæ uero duæ tertiæ conductoribus commodo uel incommodo ſint. Abit unus negociorum ſuorum cauſſa, quæritur nunc primo quid locatori debeatur, & quid inſuper unuſquiſq; locatori ſeorſim numeraturus ſit.

Facit { Locatori debentur 8 flo: 19 ſo: 5 nũ (Vuir:
Vnuſquiſq; nũerat 2 25 1 $\frac{2}{3}$ }

Non operæprecium exiſtimo, ut, quomodo unumquodq; exemplum tractandum ſit, deſcribatur. Eſſet quidem hoc fortaſſe non ingratum ignauis & futilibus, qui ad nullas res ſuas cogitationes intendunt, uerum idem induſtrijs, & qui ſua ingenia quoq; libenter exercent, admodum moleſtum. Nam in hoc quod unius exempli rationem inuenerint, plus commodi ſibi acquirunt, quam ſi innumerabilia alia ab aliquo didicerint. Hoc animaduertentes, illis ſic noſtra breuitate gratificari uoluimus, occaſionem ſua quoq; alicubi ingenia exercendi relinquentes.

Quatuor milites congiarium a duce suo accipiunt 300 ducatorum, eosque iubentur inter se partiri. At illorum alius se plus alio meritum ratus, quantum potest plurimum donatæ pecuniæ arripit. Quod ubi dominus rescişcit, ægreferens præcipit illi qui maximam partem in illa raptione acquisiuerit, suæ totius summæ semissem reponat, secundo uero eius quod habeat trientem, tertio deinde suæ summæ quadrantem, & quarto ut cui minimum relictum fuit, quintam partem in medium afferat. Has partes omnes in unum collectas, dominus in quatuor æquales partes distribuens, unicuique militum unam dat eaque ut contentus sit imperat. hoc facto, cum quilibet suam summam numerat, inueniunt æquas partes. Iam quæritur, quantum quisque in dissidio & turba illa tenuerit. Facit

Primus, Secundus, Tertius, Quartus,
$98\frac{46}{73}$ $73\frac{71}{73}$ $65\frac{55}{73}$ $61\frac{47}{37}$du:

Hoc nunc probari potest secundum communes notiones & usitatas.

Dono dantur a duce quodam 9000 florini, 24 equitibus, 18 sclopetarijs & 54 gregarijs militibus, iubenturque ita illos inter se partiri, ut unusquisque equitum duplo & dimidio plus quam sclopetariorum unus accipiat, & quantum gregario militi cedit, in huius dimidio sclopetarios hunc superet. Quæstio quantum cuique parti conueniat, & quantum singuli accipiant.

Facit { Equitibus $4736\frac{16}{19}$ — Eques $97\frac{7}{19}$
Sclopo: $1421\frac{1}{19}$ — Sclo: $78\frac{18}{19}$
Gre:mi: $2842\frac{2}{19}$ — gre:mi $52\frac{12}{19}$
Atq; sic unus

Quatuor cuidam utendam pecuniam dederunt ad quinquennium, primus 49 florinos, secundus $33\frac{1}{2}$, tertius $37\frac{1}{3}$ & quartus 24 florinos & sextantem, uerum tempore elapso redditur illis simul mutuatæ pecuniæ & insuper lucri nomine, summa $1093\frac{1}{2}$ florinorum, in moneta cuius florinus ualet 28 solidis, solidus uero 9 nummulis. Quæritur, quantum usuræ cuilibet

accessisset, si uno tantum anno negociator hac pecunia usus fuisset, & quantum postea omne lucrum cuiuslibet sit.

Facit	Primi	$24\frac{1}{2}$	Atq; sic omne lucrũ	$323\frac{3}{32}$ flo:
	secũdi	$16\frac{3}{4}$		$220\frac{57}{64}$
	tertij	$18\frac{2}{3}$		$246\frac{1}{6}$
	quarti	$12\frac{1}{12}$		$159\frac{67}{197}$

Omnium sors quam in usuram exposuerunt 144 florini sunt, hos cum totius redditæ pecuniæ summa, $1093\frac{1}{2}$ florini scilicet, quater multiplica. Primo cum illa summa tantum, Secundo, cum producto, Tertio, cum secundo producto, Et quarto, cum tertio producto numero. Vltimo deinde producti numeri, utpote 470184984576, radix quartæ quãtitatis, quantum pecuniæ omnibus primo anno, & sortis & lucri nomine accesserit indicabit. A radice itaque sorte ipsa subtracta, relinquitur illorum commune lucrum. Quantum postea lucri singulis primo anno cesserit, regula proportionum dabit.

Quomodo

Quomodo autem propositi numeri 470184984576, radix quartæ quantitatis, alias Sursolidæ dictæ reperiri possit, hac figura perspicitur.

Quantitates, cuiusmodi & quantum singulorum ad inueniendum huius quartæ quantitatis radicem requiratur, subscriptas cernes.

Quadrati de quadrato uel tertiæ quanti.	Cubi uel secun: quantitates	Quadrati uel primæ quantitates	Radices
5	10	10	5

Sequitur

Sequitur ipſa extractio.

6
15177 8
470184984576 (2 1 6 sors & lucrũ
80 — 144 sors ⎫ ſeor
80 — 72 lucrũ ⎭ ſim
40
10

884101

972405
92610
4410
105

61774884576

Et quia in ſexto primi tractatus capite de radice tantum quadrata & cubica, ut maxime neceſſarijs, quomodo illæ inueniendæ ſint, quoad fieri potuit diſertiſſime expoſuimus, quantitatum inſuper appellationes in infinitum creſcere ſub finẽ eiuſdem capitis indicauimus: Nec non eodem in loco nonnihil etiam nos de reliquarum quantitatum radicibus inuenien

dis

dis dicturos polliciti sumus, hoc nunc paucis ac generali quadam regula compræhensum, præstare libuit.

Regula generalis quomodo cuiusuis appellationis quantitatum radices inueniri debeant.

Cum quantitates, ut in superioribus traditum est, ex naturali numerorum ordine suas sibi sortiantur appellationes, considerabis primum cuius numeri appellationem tua proposita quantitas habeat. Illud enim imprimis nosse oportet, cum quantitates quarum radices quæruntur ordinandæ erunt. Hoc igitur cognito, in omnibus cuiuscunque appellationis quantitatibus, primam figuram puncto aliquo signes, atque hunc supra eam ponas. Post hæc tot figuras sinistrum uersus transilias, quot scilicet propositæ quantitatis appellatio unitates in se complectitur, & imponas proxime sequenti punctū secundum. Deinde similiter postquam tot omiseris,

& huic sequenti tertium punctum impones. Hoc autem tantisper fieri consueuit, donec ultimo propositi numeri figuræ unitatibus, quas tuæ quantitatis appellatio in se complectitur, pauciores sint. Ac de ordinatione & punctatione figurarum hactenus.

Postquam uero totum numerum sic ordinaueris, ante illum, ut in diuisione, arcum uel lineam paruam adpone, atque deinde maximum numerũ cuius quantitas eiusdem cum proposita quantitate appellationis, a figura ultimi puncti & sequẽtibus (si quæ sint) subtrahi possit quæres. Hunc inuentum numerum ad arcum illum seu lineam pones quantitatem uero illius a figuris propositi numeri, sub ultimo incipiendo puncto subtrahes. Atq; hæc quidem tum de ordinatione figurarum, tum etiam de aliĳs quæ iam dicta sunt ὡς καθόλου in singulis quantitatibus ordinandis obseruari debent. Post hæc memineris τῆς αὐξήσεως, seu ut ueteres uidentur appellasse τῆς αὔξης, id est, ut ita dicam, crescentiæ,

ſcentiæ, quæ uidelicet, & quot etiam ſingularum appellationum partes, cuique quantitati, ipſam, nec alteratam tamen, augendo, conueniant. His ad dextrum latus ſeorſim notatis, mox quæras producta quantitatum de numero inuento, eo quo tuæ quantitatis αὐξήσεως illa tibi indicabit ordine, quæ deinde ſingula ſub propoſiti numeri figuris ſic ordinabis. Primi producti, quod ſcilicet maxima in creſcentia quantitatum appellatio dederit, primam figuram propoſiti numeri figuræ ante punctum (de quo iam agitur) proximæ & reliquas deinde ordine reliquis ſubſcribas. Secundi poſtea producti ſimiliter maximæ infra iam abſolutam quantitatem appellationis, primam ſub ſecundam in propoſito numero figuram punctum præcedentem ponas, ita ut poſterioris cuiuſque producti ſecunda figura ſubter primam prioris ſcribatur. Eodem modo ac ratione cum tertio, quarto, quinto & reliquis productis omnibus agas, ac demum ſub finẽ productorum, rectam quandam lineam,

ut in multiplicatione fieri solet, per transuersum subduces &c.

Ac ne quis de partibus, quibus & q̊t singularum, unaquæq; quantitas augeatur dubitet, tabulam hanc, in qua hæc omnia ad certum quantitatum numerum, nempe 15 in conspectu esse poterunt subijcere libuit.



Hi nũeri uel quãtitatũ partes nempe

Radices															
1	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
2	120	105	91	78	66	55	45	36	28	21	15	10	6	3	
3	560	455	364	286	220	165	120	84	56	35	20	10	4		
4	1820	1365	1001	715	495	330	210	126	70	35	15	5			
5	4368	3003	2002	1287	792	462	252	126	56	21	6				
6	8008	5005	3003	1716	924	462	210	84	28	7					
7	11440	6435	3432	1716	792	330	120	36	8						
8	12870	6435	3003	1287	495	165	45	9							
9	11440	5005	2002	715	220	55	10								
10	8008	3003	1001	286	66	11									
11	4368	1365	364	78	12										
12	1820	455	91	13											
13	560	105	14												
14	120	15													
15	16														

seruiũt pro habenda radice quantitatis

Hanc autem tabulam de quantitatum partibus ſic componas. Primum a binario numeros quotcunq; continue ſcribas bis, & habebis duos ipſius tabulæ ordines, extremos ſcilicet, quos tandem ut angulũ conſtituant cum binario connectes. Inter medios deinde numeros, ſi quoſq; binos proxime ſibi appoſitos addideris, inuenies. Collocabuntur autem ſinguli additi infra eos de quorum additione prouenerunt, eo quidem ordine quem ipſa deſcriptio facile oſtendet.

Sequitur & alia tabula, tractationi ex tractationis radicum ſeruiens, quæ numerorũ ſub decem aliquot in ſe quantitates continet.

Quantitates

Radices	pri:	ſe:	ter:	quar:	quin:	Sex:	Septi:	octauæ	Nonæ
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	9	27	61	243	729	2187	6581	19683	59049
4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625
6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	11077696	60466176
7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607	282475249
8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728	1073741824
9	81	729	5561	59049	531441	4782969	43046721	387420489	3486784401

Post huiusmodi itaque productorum ordinationem, & per transuersum subductam lineam, quæres numerum alium similiter maximum, quem primum cum primo producto multiplicabis, deinde & illius inuenti quadratum uel quantitatem primam cum secundo, Cubum uero postea, ut quantitatem secundam cum producto tertio, & sic deinceps multiplicabis. Hoc autem ad finem usq; productorum semper proximam inuenti numeri quantitatem, cum proxime sequenti producto multiplicando, fieri solet. Horum deinde productorum, ut in prioribus productis ordine cuiusq; prima eius a quo prouenerit producti figuræ primæ, & reliquæ sic reliquis subscribantur. Tum demum & inuenti numeri quantitatem propositæ appellationis accipies, quæ & ipsa sub ordinatis iam productis, per unam figuram uersus dextrum procedendo, ponatur. Nunc cum omnia hæc ut iussus fuisti, perfeceris, linea quadam alia per transuersum subducta, sub illam omnium iam productorum

ctorum summam ponas, & hac deinde a superioribus propositi numeri non cancellatis figuris subtracta, ac residuo, si quod fuerit, supra scripto, erit ille secundus pro tua radice inuentus numerus absolutus. Eadem uia ac ratione tertium, quartum, quintum & sextum, si opus fuerit, inuenies, cumque inuentis eodem etiam modo operaberis. Memineris tamen propositæ quantitatis αὐξήσεως, deinde quod in quærendis productis, postquam secundū inuentum numerum absolueris, si adhuc tibi operandum fuerit, omnes radicis figuras simul sumēdæ sint, atque sic cum duabus uel pluribus figuris, ut prius cum una operaberis. Postremo quod producta ita, ut semper sequentis secunda sub præcedentis figura prima statuatur, ordinanda sint, quemadmodum & ante diximus. Et hæc quidem est uia ac ratio breuissima, per quam ad cuiusque quantitatis propositæ radicem, quam proxime fieri potest, perueniatur.

Sequuntur nunc aliquarum quantitatum exempla, & primo quidem quantitatis primæ, hoc est numeri Quadrati.

	1
1 1 5	1 3 5 7
7 5 5 1 6 1 (869	7 7 2 6 4 1 (879
1 6	1 6
9 6	1 1 2
3 6	4 9
9 9 6	1 1 6 9
1 7 2	1 7 4
1 5 4 8	1 5 6 6
8 1	8 1
1 5 5 6 1	1 5 7 4 1

Aliud

Aliud exemplum.

2 ra:

```
                     3
                    35
                  22402
                  347254
                 14924015
                 291354614
               423105989422
             384931301127654
Quadratus  72057594037927936 | 268435456
tus uel     4
prima quã:   52
              536
               5368
```

Aliud exemplum.

2 ra:

1
1 185 1
3159729
4781580
1858676913
59997993991
162021054003
27948376016421
1800231802520456
1152921504606846976 (10
2 214748
20 2147482
214 21474836
2146 214748364
23474

Radix 1073741824 Et examinatum per numeros,

(11	(7	(13
1	1	1
——	—— 1	——
	1	1

Exempla secundæ quantitatis quæ est numerorum cubicorum.

Quantitates requisitæ de tabella priore
3 primæ quan:
3 radices

```
 8
13824 (24.
 12
    6
48
    96
     64
 8824
```

```
 8
32768(32
 27
     9
54
  36
     8
8768
```

Examina per

```
(7
 6

 6
```

```
(9
 8

 8
```

Aliud

Aliud exemplum numeri cubici.

1898
28057912
1152921504606846976 | 1048576
3 — Numeri requisiti de:ta:pri;
3 — 3 primæ quan:
0 — 3 radices

300
30

1200
480
64
124864

32448
312

259584
19968
512

26158592

19791096
250670481053
1898912606846976

3294912
3144

16474560
78600
125

1648242125

923805675
31455

2308639725
1541295
343

230879385793

32984971347
314571

197909828082
11324556
216

19791096053976

Exempla tertiæ quantitatis, numerorum ſcilicet quadratorum de quadratis.

61466
6521479
72057594037927936 | 16384

4
6
4

24
216
864
1296

4 ſecun } quan.
6 primæ
4 radices

55536

16384
1536
64

49152
13824
1728
81

50551761

70342 7856
1466417937927936

17322988
159414
652

138583904
10202496
333824
4096

13960749 5936

1757 9304288
16098264
6552

70317217152
257572224
419328
256

70342978567936

Aliud exemplum tertiæ quantitatis.

4 secun: }
quantita:
6 pri: }
4 Radices

1095 0
344345405
1152921504606846976 | 32768

108
54
12

216
216
96
16

238576

131072
6144
128

917504
301056
43904
2401

948051041

1125 8765708

9540400506846976

139863132

641574

1308

839178792

23096664

282528

1296

8414912849776

14063434304

64393056

13104

1125075474432

4121155584

6709248

4096

1125487657086976

Exemplum quartæ quantitatis.

Numeri requisiti &c.

5 Ter: 1 0 Pri:

10 secun: 5 radi:

28419 465 19

1152921504606846976 | 4096

1280
640
160
20

0

12800000
6400000
160000
200

115200009
51840000
11664000
1312200
59049

1205019581049

13991466480 5
684179290
1672810
2045

839487988830
24630454440
361326960
2650320
7776

8419546501946976

Aliud quartæ quantitatis exemplum

	Numeri requisiti	
1 ter:		
10 se:	5 Ter:	10 pri:
10 pri:	10 secun:	5 Radi
5 radices		

```
469 2113 6
360287970181896 3968        2048
 80
 80
 40
 10

800000
 80000
  4000
   100

3200000
 1280000
  254000
   25600
    1024

33308887024

850664 33280
 848966640
   4161 60
     1020

69275658240
 5433384960
  213073920
    4177620
      32768
69821131656 3968
```

Exem: quintæ quantitatis

6 quar: 15 *pri:* — Nũeri *requisiti &c.*
15 *ter:* — 6 Radi:
20 *secun:*

```
  2 6 7 5 9 0 8 5 3 4 2
1 1 5 2 9 2 1 5 0 4 6 0 6 8 4 6 9 7 6    | 1024
 6
 1 5
   2 0
     1 5 6
==================================
   6 0 0 0 0 0
     1 5 0 0 0 0
         2 0 0 0 0
             1 5 0 0
                 6 6
----------------------------------
1 2 0 0 0 0 0 0
   6 0 0 0 0 0
     1 6 0 0 0 0
         2 4 0 0 0
             1 9 2 0
                 6 4
----------------------------------
1 2 6 1 6 2 4 1 9 2 6 4
```

~~2675908534284697б~~

66244848192
1623648240
21224160
156060
612

264979392768
25978371840
39951360
626688
4096

2675908534284697б

Aliud quintæ quanti: exemplum.

Numeri requisiti ad huius quantitatis inueniendam ra: excepti de tabella priore

6 quar: 20 secun: 6 ra:

15 ter: 15 :pri

418

2389110 7 8

1801439890948 1984 (512

18750
9375
2500
375
30

Col:

1971287801

2070151506
1014780 15
26530 20
39015
306

414030 3012
405912060
21224160
624240
9792
64

418110708481984

Exemplum

Exemplum ſextæ quantitatis.

Numeri, uel partes quantitatum requiſitæ ad huius quantitatis inueniendam radicẽ, exceptæ de tabella priore.

7 Quin: } quantita: 35 ſecun: }
21 quar: } quantita: 21 primę } quãti
33 tertiæ } > Radices

110
5922243778
72057594037927936 (256
448
672
566
280
84
14

2240
16800
70000
175000
262500
218750
78125

4823515625

11022437787927936

1708984375
205078125
13671875
546075
13125
175

10253906250
7382812500
2953125000
708750000
102060000
8164800
279936

11022437787927936

Aliud

Aliud ſextæ quanti. exemplum,

Numeri requiſiti

7 quin:	35 Secun:
21 quar:	21 pri:
35 ter:	7 Radices

2492

141086325834

9223372036854775808 (512

10937 5
6 5 6 2 5
2 1 8 7 5
4 3 7 5
5 2 5
3 6

1161606778 91

1 2 3 1 7 4 0 1 4 6 0 7
7 2 4 5 5 3 0 2 7 1
2 3 6 7 8 2 0 3 5
4 6 4 2 7 8 5
4 6 4 2 7 8 5
5 4 6 2 1
3 5 7

246348029214
28982121084
1894256280
74284560
1747872
22848
128

249[illegible] 258344775808

Exemplum ſeptimæ quanti:
Numeri reduiſiti &c.

8 Sext: } quan: 70 ter: } quã: &c.
28 quin: } 56 ſecun }
56 quar: } 28 pri: }

```
2
69   942  4
72057894037927936 (128
8
28
 56
  70
   56
    28
     8
16
112
 448
 1120
  1792
   1024
    256
329981696
```

~~2908424437927936~~

```
286654464
  83607552
   13934592
    1451520
      96768
        4032
          96
------------------
2293235712
 5350883328
  7134511104
   5945425920
    3170893824
     1056964608
      201326592
       16777216
------------------
29059424437927936
```

Aliud

Aliud ſeptimæ quanti. exemplum.

Numeri requiſiti.

8 Sex:	56 ſecun:
28 quín:	28 pri:
56 quar:	8 Radíces
70 ter:	

```
 14557
 8162112025  2  5
4722366482869645213696
 625000                 (512
  437500
   175000
    43750
     7000
      700
       40
 6708444870401
```

```
145572025829545213696
---------------------
717928542 2808
  4926960584 28
     19321414056
         473564070
             7428456
                72828
                   408
---------------------
14358570845616
  1970784233712
    154571312448
       7577025120
          237710592
             4660992
                52224
                  256
---------------------
145572025829545213696
```

Exemplum octauæ quanti:

Numeri requisiti &c.

9 Septi:	quāti	126 Ter:	quanti:
36 sex:		84 secun:	
84 quin:		36 Pri:	
126 quar:		9 Radices	

7936702
78014398509481984 (64

15116544
10077696
3919104
279776
163296
18144
1296
54

60466176
161243136
250822656
250822656
167215104
74317824
21233664
3538944
262144

793670250948 1984

Aliud

Aliud octauæ quanti: exemplum.

9 Septi:	} quanti:	126 Tar:	} quan:		
36 sext:		84 secun:			
84 quin:		36 pri:			
126 quar:		9 Radices			

4
806 591684
9223372036854775808 (128

9
36
84
126
126
84&c.

18
144
672
2016
4032
5376
4608
2304
512

4159780352

40653591684854775808

3869835264
1289945088
250827656
31352832
2612736
145152
5184
108

4063591684854775808

Exem: nonæ quantitatis.

Octa:

10 Octa:
45 septi:
120 sex: } quanti:
210 quin:
252 Quar:

210 ter:
120 secũ } quãti:
45 pri:
10 Radices

548259744

1152921504606846976 (64

100776960
75582720
33592320
9797760
1959552
272160
25920
1620
60

403107840
1209323520
2149908480
2508226560
2006581248
1114767360
424673280
106168320
15728640
1048576

548259744606846976 d

Aliud nonæ quanti. exemplum

Numeri requisiti &c.

10 Octa		252 Quar.		
45 septi.		210 terti.		
120 Sex.	quan.	120 secun.	quã. &c 10	
210 quin		45 pri.	radices	

```
5
061417978 47
1180591620717411303424
                    (128)
 10
  45
  120
   210
    252
     210 &c.
20
180
 960
 3360
  8064
   13440
    15360
     11520
      5120.
       1024
81917364224
```

5614179784774113034 24

5 1 5 9 7 8 0 0 5 2 0
1 9 3 4 9 1 7 6 3 2 0
4 2 9 9 8 1 6 9 6 0
6 2 7 0 5 6 6 4 0
6 2 7 0 5 6 6 4
4 3 5 4 5 6 0
2 0 7 3 6 0
6 4 8 0
1 2 0

5614179784774113034 24

Exemplum decimæ quantitatis.

Numeri requisiti &c.

11 No:	quan:	462 quar:
55 Octa		330 ter:
165 septi		165 secun:
330 sex:		55 pri:
462 quin:		11 radices

```
7
468   48903830
151115727451828 6 46838272
11                   (128
 55
  165
   330
    462
     462
      330
       165
        55
         11
643008370688 Summa productorum.
```

768148903930286468382752

6810910064 64
2837879093 60
7094697984 0
1182449664 0
137952460 8
11496038 4
684288 0
28512 0
792 0
132

768148903830286468382752

Exemplum tredecimæ quantitatis.

Numeri requisiti &c.

14 Duode.	2002 Octa.	quanti.	2002 quar.
91 unde.	3003 septi.		1001 ter.
364 deci.	3432 Sex.		364 Secũ
1001 no.	3003 quin.		91 pri.

19   14 ra.

7208575940379279336 (16

14
91
364
1001
2002
3003
3432
3003
2002
1001
364
91
14

Summa productorum.

719575940379279336

Exemplum

Exemplum undeuigesimæ quanti.

20 Duodeuige:	77520 Duode:	77520 Sex
190 deci:septi:	125970 unde:	38760 quin:
1140 Sedeci:	167960 deci:	15504 Quar:
4845 quinde:	184756 no:	4845 terti:
15504 Quatuorde:	167960 Octa:	11 40 Secun:
38760 tredeci:	125970 septi:	190 pri:

& 20 Radices.

8
1208925819614629174706176

20 (16)
190
1140
4845
15504
38760
77520
125970
167960
184756
167960
125970 &c.

Summa proouctorum.
1208825819614629174706176

Exem: uigesimæ tertiæ quanti. Numeri requisiti &c.

24 Vigesimæ se:	quanti:	4307504 deci: quar:	quanti:	346104 Se:
76 uigesi pri:		1961256 tredeci:		134596 qu:
024 uigesi:		2496144 duode:		42504 qur
626 undeuige:		2704156 unde:		10626 te:
04 duodeuige:		2496144 deci:		2024 secu:
96 deci: septi:		1961256 no:		276 pri:
04 sedeci:		1307504 Octa:		24 Rad:
471 quindeci:		735471 septi:		

7

2281625142643375935439 50336 (16

24
276
2024
10626
42504
134596
346104
735471 &c.

Productorum summa.

22716251426433759354495 0336

Hactenus

Hactenus quomodo radices singularum quantitatum secundum suas appellationes, quæ quidem rationales sint, inueniri debeant, satis dictum esse existimo. Sed quia (quemadmodum in primo tractatu de primis duabus quantitatibus, quadrata scilicet et cubica ostẽdimus) post ultimam subtractionem factam nonnunquam aliquid de quantitate proposita relinquitur. Pro illius tunc denominatione acquirenda memineris crescentiæ propositæ quantitatis, atque secundum eam cum radice inuenta, quemadmodum & id superius de quadratis & cubicis indicatum est, operare. Collectis posthac productis omnibus una cum unitate, quod sic apparet, residuo cum uirgula fractionis more interiecta subscriptum, atque integræ radici adpositum, id demonstrat propositæ quantitatis radicem utcunque atque proximam.

Sequuntur exempla huius rei duo. Et primum quidem de quantitate in ordine tertia.

24
2507 08
8758864 ($54\frac{247808}{647569}$

500
150
20

Summa productorum,
2253056

Hanc fractionem nunc resoluere poteris multiplicatione cum proxime minore huius generis appellatione, utpote si gradus fuerint, in minuta &c.

Sunt qui in extrahendis radicibus quantitatum cum nullis uel zifris rem exequi malunt, præponendo propositæ quantitati, antequam operari incipiant secundũ exigentiam ipsius quantitatis, aliquot zifras, ut si quantitas prima fuerit, duas uel harum multiplices (Nam quanto plures

alicui zifras præposuerint, tanto propinquius radicem inueniri solere affirmant) Si secunda tres uel harum multipli. Si tertia quatuor, si quarta quinque semper una plus quam quantitatis appellatio unitates in se complectitur, uel harum multiplices præponant. Tum demum operari incipiunt, & ueniunt in exeunte, iam decimæ, iam Centesimæ, iam uero millesimæ partes, secundum quod plures uel pauciores zifras præposuerint, quas tandem iuxta partium denominationem diuidunt, ut ueræ radicis proxima exeat. Hoc studium etsi non improbo, quo propius illi ad ueritatem peruenire conantur, cum tamen in confesso sit, rem esse eiusmodi ut compræhendi non possit, ibi potius insistere nos uoluimus, ubi appareret τὸ ἀδύνατον, q̃ curiositati inani ꝑgredi lõgius, tendentes eo quo perueniri non posse constaret. Atque ocium (si quis hoc abundat) multo rectius aliquis in utilioribus, id est concessis humanæ intelligentiæ collocauerit. Nos prætermissis infinitis comminutionibus, quæ proxima radix primarum par-

tium

tium utcunque reperiret, ea contenti libenter fuimus, quam rationem ex Algorithmo demonstr. incerti autoris de prima & secunda quantitate præscriptam, in huius nostri opusculi primum tractatum traduximus, perinde ac si de omnibus quantitatibus generaliter dictum esset, crescentiæ tantum propositæ quantitatis ratione habita.

Sequitur alterum exemplum.
pro quanti. in ordine sexta.

```
222
7887971490
29724385601 (31 22227971490/6847124257
5103
 5103
  1215
    945
     189
       21
26264141111
```

Hucusque

Hncuſq;, ut ſatisfieret promiſſo noſtro, euagati fuimus in exponenda ratione extrahendarum de maioribus quantitatibus radicum, de qua re, etiamnum non admodum trita neque uſitata, cum ſatis multa attuliſſe uideamur, nunc ad proſequendum regularum tractatum reuertemur.

Aliæ rationes cõmuniũ negociorũ.

Multi quod uel non poſſint uel non libeat omnia ſua negocia per ſe gerere, per ſuos quoſdam miniſtros diuerſis in locis illa exequuntur, iiſque aut promittunt certam mercedem, aut ſæpe quo magis ſtrenue negocientur, aliquam lucri partem, Sæpe etiam his poteſtas fit conferendi aliquam in negotia pecuniam, aut pecuniæ loco operam ſuam. Quos miniſtros & executores appellauimus. Et huius rationis præcipua quædam exempla ſubiecimus.

Quidam

Quidam suo executori dat 200 florinos ut cum his negocietur, promittens ei tertiam partem eius quod lucrifecerit. Verum interea temporis pecunia sibi data lucratus est Executor 189 florinos & trientem. Quantum est huius lucrum in moneta qua negociatores utuntur.

Facit 63 flo: 2 so. $2\frac{2}{3}$ obo.

Nam tanta est lucri tertia pars.

Quidam suo Executori dat 400 florinos paciscens cum eo, ut tantum pro labore lucri habeat, quantum 80 florinis acquisiuerit. Ille pecunia sibi tradita lucratus est 150 florinos in moneta mercatorum. Queritur, quantum sit lucrum utriusque seorsim.

Facit { Domini 120. flo: / Executoris 30.

Florini 400 qui in usum a domino conferuntur, non domino tantum sed & Executori attribuntur. Nam cum dicit dominus executori, tantum se lucri daturum,

quantum

quantum 80 florinis acquiri posset, perinde est ac si diceret. Duo sese associauerint quorum alter 400, minus 80, hoc est, 320 florinos, alter uero 80 florinos contulisset. Quantum igitur utriusque lucrum fuerit, proportio dabit.

Quidam suo Executori dedit 144 florinos ut cum his negocietur, promittens ei quartam partem lucri. Executor uero tantum pecuniæ his addere cupit ut postea pro opera & pecunia collata tertia sibi lucri pars debeatur. Quæstio est de additæ pecuniæ summa.

Facit 18 florinis.

Tres suo executori dant ad negociandum, Primus 400. secundus 320. & tertius 280 florinos. Paciscuntur autem sic cum eo ut pro laboribus suis accipiat quartam partem lucri eius quod ipse executor scilicet hac illorum sorte acquisiuerit, atque si quid de suo addere uoluerit, ut ob hoc etiam, quemadmodum dominorum unus ob suam sortem, simile lucrum capiat.

piat. Nunc uero executor si 100 florinos poneret, atque interea temporis 385 florinos lucrifaceret, qnantum esset cuiusque

		flo:	
lucrũ. Facit	Primi	105	
	secundi	84	so:
	tertij	73	10
	Execu: uero	122	10

Dominus quidam & Executor ita conuenerunt inter se, ut executor si ad 500 florinos quos dominus illi dedisset, apponeret 100, lucri haberet $\frac{1}{3}$. His alius quidam se adiungit & confert 300 flo: Nunc si & sortis & lucri nomine 1188 florinos reciperent, quantum esset cuiusque lucrum.

Facit	Executoris	96 flo:
	Domini	120
	Tertij uero	72

Executori suo aliquis in numerata pecunia dedit 224 florinos, cum his negociatus biennium tantam iacturam fecit, ut domino suo modo 126 florinos reddiderit.

rit. Quæritur quantum periſſe anno prio re conſentaneum eſſe uideatur.

Facit 56 florinos.

Quemadmodum in tractatu de Proportionibus id traditum eſt, quæratur medio loco proportionalis numerus inter numeros 224 ſortem primi anni, & 126 redditum poſt finem ſecundi, uel ſortem tertij anni, quem repertum pro ſecundi anni ſorte habet. Hanc a ſorte primi anni ſi ſubtraxeris, quantum prioris anni iactura ſit, reſiduus numerus oſtendet.

22
Sors primi Secūdi Tertij anni 1666
224 168 126 ꝓdu: 28224
2 | 168
32 |
Iactura prioris Poſteri: anni
56 42 flo:

Tres conſtituunt executorem, cui primus tribuit 84, ſecundus 96, & tertius 10 florinos. Executor autem 70 florinos conferens loco illorum atque inſuper operæ ſuæ gratia trientem lucri petit. Quæritur executore 320 florinos acquirente, quanti nam huius opera æſtimata ſit, quantum inſuper ſinguli de lucro acceperint.

Facit

Executoris opera æſtimata eſt 93 flo: & triente. Accipient antem ſinguli

guli	Primus	64 flo:	0 ſo:	0 ob:
	ſecundns	73	2	$10\frac{2}{7}$
	tertius	76	3	$9\frac{5}{7}$
	Execu:uero.	106	13	4

Quandoquidem executor tertiam lucri partem habere cupit, ipſiusetiam collata pecunia ut ſit dominorum ſortis tertia pars (cum ſors & lucrum proportionaliter ſe habere debeant) requiritur. Collectis itaque dominorum ſortibus accepta item ſummæ huius tertia parte: apparebit uniuerſa executoris ſors, cui ſi ſubtraxeris quantum pecuniæ contulit, quanti ipſius opera æſtimata ſit, reſiduus numerus indicabit.

Sequuntur

Sequuntur exempla in quibus non ſolum pecuniæ ſed diuerſi etiam tēporis reſpectus haberi ſoleat. Vocantur autem huiuſmodi exempla, Societates de tempore.

Quatuor mercatores conuenerunt inter ſe unum cum dimidio annos una negociari eo pacto, ut quilibet prout plus minuſue contulerit, longius etiam uel breuius temporis ſpacium eius contractus particeps fuerit, ita etiam maius aut leuius commodum detrimentumue, ſi ita cadat, ſentire debeat. Collocat itaque primus initio 104 florinos, quo poſtea uno anno finito repoſcit, lucrum huius tempore quo id partiti inter ſe fuerint, quantum ſuæ portioni conuenit, expectans. Secundus ponit 96 flo: atq; hos ut primus poſt annum unum & quadrantem repoſcit. Tertius uero ponit florinos 128 ad ſemeſtre. Quartus denique confert florinos 72 cum quibus ſupra præfinitum tempus per

ſequitur. Nunc ſeſquianno illo cum lucrentur florinos 369, quæritur quantum cuiuslibet collata pecunia iuxta temporis ſui rationem lucri acquiſierit?

Facit in Vuirtenbengenſi moneta.

ta.	Primi	96 flo:	25 ſo:	$2\frac{8}{11}$ N:
	ſecundi.	111	22	$5\frac{5}{11}$
	tertij	59	17	$4\frac{10}{11}$
	Quarti	100	17	$4\frac{10}{11}$

In his & conſimilibus exemplis non ſolum pecuniæ uerum ſingulorum etiam temporum reſpectus haberi debet, nam tam pecuniæ cuiuſq; quam temporis etiã adminuculo hoc illis lucri acceſſit. Quo fit ut primum pecunia ab uno quoque collata cum ſuo tempore multiplicetur, unde producuntur numeri compoſitam ſuorũ laterum proportionem habentes, quod ex quinta octaui Eucli: conſtat. Cũ his nunc productis uel compoſitis numeris (lateribus illorum repudiatis) operare ut in primo Societatum regulæ exemplo.

flo:

104	1		26	
96 cũ	$1\frac{1}{4}$	multiplicati pdu.	30	Atq3
128	$\frac{1}{2}$	cunt in minimis	16	
72	$1\frac{1}{2}$	numeris	27	

hi sunt ueri numeri quorum quilibet tertio loco ponatur, primo uero omnium eorum summa, & medio deinde pecunia uel lucrum commune &c.

Hoc & alia huius formulæ exempla aliqua ex parte probari possunt per regulam Quinque quantitatum, quam paulo post suo loco subijciemus:

Quatuor cõuenerũt inter se duos annos una negociari. Primus itaque initio contractus ponit florinos 75, atque post menses deinde decem florinos 200, Secũdus uero circa finem duodecimi mensis primi anni collocat 275 florinos. Tertius deinde initio contractus ponit 200 flo: de quibus mox post menses quatuor re

poſcit 8 o flo: atque deinde ad finem primi menſis ſecundi anni reponit 100 flo: Quartus demũ & ultimus initio 100 flo: & poſt primi anni finem 180 flo: ponit. Hac pecunia tanto temporis ſpacio ſi 500 florinos lucrifecerint, quantum quilibet de lucro propter ſuam collatam pecuniam, ac temporis ſui reſpectu habebit?

Facit	flo:	fractiõe ſoluta	ſo:	obo:
Primus	150 $\frac{200}{857}$		4	8 $\frac{8}{775}$
ſecun:	112 $\frac{266}{857}$		6	2 $\frac{242}{857}$
tertius	93 $\frac{299}{857}$		6	11 $\frac{629}{857}$
Quartus	144 $\frac{92}{857}$		2	1 $\frac{655}{857}$

In hoc exemplo diligenter conſiderandũ erit, quo tempore quilibet pecuniam apposuerit, quo item receperit. Nam uniuſcuiuſq; quo tempore collata pecunia, cum tempore quamdiu ea caruit, ut in præcedenti exemplo, multiplicanda eſt. Additis poſthac ſingulorum omnibus productis, prouenient numeri tertij loci, horum ſumma primi loci numerus erit, medij autem loci numerus erit pecuniæ acquiſitæ ſumma.

Tres

Tres mercatores ſocietatem ineuntes contulerunt 170 flo: Primus autem cum ſua pecunia collata huic contractui intereſ ſe uult tribus menſibus, ſecundus 6, tertius 8. Nunc ſi hac communi pecunia, tan tum hoc temporis ſpacio lucrifecerint, ut ſors cum lucro perficiat ſummam 375 florinorum, atque primo 75, ſecundo uero 200 florini & tertio deinde quod reliquũ eſt tribuatur. Quæritur quantanam uniuſcuiuſque ſors ſiue a ſingulis collata pecu nia fuerit Facit { Primi 60 florini, ſecundi 80, Tertij 30 }

nia fuerit Facit	Primi	60 florini
	ſecundi	80
	Tertij	30

Sequitur regula Quinque numerorum ſeu duplicis poſitionis.

Vocatur hæc regula Quinque numerorum, quod in ea quinque ſint numeri. Duplicis poſitionis uero, propter binas regulæ Proportionum poſitiones, quibus huiuſmodi exempla abſque hac ratione explicari oportet. Nam pro eo quod dicitur,

e 4 8 florini

8 florini in 4 ſeptimanis lucrantur 16 cruciatos, quantum lucri ſimili fortuna 30 florinis accedet in 9 ſeptimanis, Secundum regulam Proportionum diceretur, primo 8 florini lucrantur 16 cruciatos, quot 30 florini. Facit 60 cruciatos uel unum florinum Et deinde, 4 ſeptimanis lucri acceſſit unus florinus, quot 9 ſeptimanis. Idem celerius ſecundum hanc regulam expeditur ut illa geminata exquiſitione ! opus non ſit, & quæſtio tamen ſimili certitudine explicetur.

Exempli gratia.

Sunt 10 quorum ſinguli ſingulis ſeptimanis hoſpiti 8 groſſos miſnenſes numerant. Quæritur quanta ſit uictus precij ſumma anni dimidij.

Facit 99 flo: 1 gr:

Hoc exemplum, quo hanc rationem [illegible]cere poſſis, tractabis primo iuxta [illegible] Proportionum, hoc modo.

Conuictor

Conuictor	groſ:	Conuictores gr:
1	dat 8	quot 10 Facit 80

Et tantum eſt precium uictus 10 conuiuarum in una ſeptimana.

Secundo per eandem Proportionum regulam dices.

ſeptima:	gr:	ſepti:
In 1 cōſumūt	80, quantum cōſumit	in 26
		Facit 99 flo: 1 gr:

Et hæc eſt tota ſumma huius ſumtus. Hanc autem per regulam quinque numerorum, quæ iam ut deſcribatur propoſitū eſt, aſſequeris hoc modo.

In locos quatuor proportionalium, numeri in hac regula ſingulorum exemplorum ordinentur, ſic ut quilibet ſuos antecedētes uel conſequentes uicinos habeat. Quod ſi quem locum duo numeri occupauerint, illis inter ſe multiplicatis, loco illorum, quemadmodum in ſocietatibus de tempore factum eſt, productus numerus ſumatur. Hoc facto habebis iam tres, iam uero quatuor numeros. Quod ſi tres

 fuerint,

fuerint, illis ut regula Proportionum postulat, ordinatis, quartus quantus sit, proportio manifestabitur. Sin uero quatuor numeri fuerint numerum ex multiplicatione duorum inter se productum in medium pone, huic proximum in primum. Et quoniam regula proportionum, tertij loci numerus eiusdem cum numero qui primo loco ponitur, appellationis ut sit, exigit, duobus iam numeris ex quatuor ordinatis, uter reliquorum duorum tertiũ locum occupare debeat, manifestum erit. Facta deinde operatione ut regula Proportionum requirit, numerum prouenientem in quartum illum adhuc reliquum diuidito, & satisfeceris quæstioni.

Sequitur positio.

Con:	gr:	Con:	
1	8	10	
Septi.		Septi.	
1		26	

Multiplicatione facta, ueniũt nũeri

	gr:		
1	8	260	Facit 99 fl:

11
291
2080
21

Merces

Merces pondere 25 centenariorum $\frac{1}{2}$ traduntur ad uecturam 72 miliarium, Vectorique merces permittitur 10 florinorum Quæritur, quantum pro uectura debeatur de 34 centenarijs 47 libris Zygostaticis per 100 miliaria uehendis.

Facit 18 flo: 6 ſo. $5\frac{15}{17}$ num.

Auſtri. Vel quæritur, quot miliaribus 16 centenaria & 20 libræ uehantur mercede 50 florinorum.

Facit $566\frac{2}{3}$ milia.

Vel quæritur quanti ponderis merces uehantur 18 florinis per 90 miliaria.

Facit 36 cente. 72 li.

Si ſingulis militibus in ſingulos menſes tribuerentur 4 florini, quantum pecuniæ impenderetur in 24 milia militum 8 menſibus.

Facit 768000 florini.

Quot millibus millitum ſtipendia ſolui poſſunt per annum aut 13 menſes de tri-

cies

cies centenis milibus florinis, si singuli in singulos menses 5 florinos accipiant.

Facit 46 mille millies 153 & $\frac{11}{13}$ milites

Vel loco $\frac{11}{13}$ militis seruantur de pecunia 55 florini

In quot mensibus expenduntur 80 myriades coronatorum 100 milibus equitum si quilibet in singulos menses 20 coronatos accipiat.

Facit in 40 men. hoc est 3 an. & uno mēse.

Sequitur positio.

Vnus eques 20 1 men.	100000 equi:	80000000 men.
20	1	80000000 &c.

Cum quinque in singulos dies ad merendam dentur 3 mensuræ uini & panes insuper 4, uini autem mensura una 8 obolis, panum uero tres uno cruciato emantur. Quæritur, quantum consimili sumtu 24 in 26 septimanis consumerent in moneta

neta cuius florinos 22 groſſis, groſſus uero 18 obolis ualeat.

Facit 72 flo: 7 gr: 16$\frac{2}{25}$ obo:

Sequitur huius poſitio.

obo:

5 per. 24 24	5 per $\frac{1}{45}$ 24
1 Di. 182	1 D 182
facit 52 flo: 20 gr: 14$\frac{2}{5}$	facit 19 flo: 9 gr. 10$\frac{17}{25}$
obo: Et tm̄ pro uino	obo: tantũ pro pane

Atque ſic totius ſumtus ſumma fuerint.

72 florini 7 gr: 16$\frac{2}{25}$ oboli.

De uſura anuua 100 florinorum rede-unt quinq; florini. Quæritur, ſi forte 1248 florini in uſuram collocentur, quantum annis 4 cum dimidio inde rediturum ſit in moneta mercatorum.

Facit 130 florini 16 ſolidi.

Si annuus reditus de centum florinis, 5 florini fuerint, quanta ſors erit reditus 730 & 16 ſolidorum in 4$\frac{1}{2}$ annis.

Facit 3248 florini.

Vel

Vel quantum temporis aliquis utetur 3248 florinis, ut mutuatori redeant inde 730 florini & 16 solidi.

Facit 4 anni & semestre.

Quonam pacto exempla Societatis de tempore, aliquo modo hac regula probari possint, nūc docebimus.

In exemplo societatis de tempore, ubi quatuor sua collata pecunia & tempore quamdiu una negociati fuerant, lucrifecerint 369 florinos, computauimus primo de lucro deberi 96 florinos 25 soli: & $2\frac{8}{11}$ num. Secundo uero 111 florinos 22 soli. & $5\frac{5}{11}$ num. Quod quidem hac regula sic probari potest, dicendo.

Sors primi 104 flori: in 1 anno	Lucrifecit	flo. so. num. 96. 25. $2\frac{8}{11}$	quantū lucri accedit	Sorti secū 96 florīs in $1\frac{1}{4}$ anno

Operare nunc per omnia quemadmodum cum superiorum uno huius regulæ exemplo, & uenient in exeunte III floreni 22 solidi $5\frac{5}{11}$ num. lucrum uidelicet quod secundo propter suam collatam pecuniam & tempus item quamdiu hac caruit accesserit. Atque tantum etiam supra, cum id exemplum tractabamus, prodijt. Sic de tertio & reliquis huius generis exemplis proba sumi potest.

Septem fenisecæ in 4 diebus 24 plaustra feni demetunt. Quæritur, quot plaustra demetentur a 35 fenisecis in $1\frac{1}{2}$ die. Hoc tamen pro hypothesi habeas, ut nullus alio plus minusue laboret.

Facit 45 plaustra.

Nouem uietores conficiunt in 3 diebus 45 uasa, quanto tempore a 12 uietoribus 100 uasa perficientur.

Facit 5 diebus,

Sartores

Sartores septem absoluunt 9 diebus 18 tunicas, a quot sartoribus absoluuntur 19 diebus 228 tunicæ.

Facit a 42 sartoribus.

De regula Permutationum, quæ rationem quandam diuersa pondera, monetam mensuras exæquandi continet.

Quoniam mercatores quod emerunt in una ciuitate mox rursus in alia, ob lucri spem uendere consueuere. Multarum aũt ciuitatum numismata, pondera & mensuras diuersas ab alijs esse constat. Ideo quo quis certius ac rectius negocium suum gerere possit, operæprecium fuerit Permutationis rationem tenere, cuius regulam exemplis suis quæ sequuntur illustrare uisum.

Coronati

Coronati 5 rhenenſibus ualent 7, quæritur quot rhenenſibus commutabuntur 361 coronati.

Facit 505 flo: 8 ſo. o. obo.

Vngarici 985, quot rhenenſibus ualẽt, pro ſingulis centenis ungaricis 137 $\frac{1}{2}$ rhenenſes tribuendo.

Facit 1354 flo rhe. 7 ſo. 6 obo.

Rhenenſes 137 $\frac{1}{2}$ ualent ungaricis 100, quæritur quot ungaricis commutabuntur

4965	$3610\frac{10}{11}$		25	o
984 rhe:	$715\frac{7}{11}$ un:		17 ſo:	6 ob:
64 facit	$40\frac{6}{11}$ flo:		15	o

Vel loco fractionis cũ ea ſolui nõ poſſit, quia aurũ petitur ſeruatur de moneta rhe:

In ære alieno poſſideo, ſolidos 19. num: 5 monetæ Vuirtenbergenſis, groſſos rurſus 5 & nummulos 10 miſnenſes, præterea ſolidos 6 & num. 20 monetæ auſtriacæ. Quæritur quantum ſumma ſit omnium

f numiſmatum

numiſmatum ſimul ſumtorum ad ſingulas ſingularum monetarum rationes redactas.

	1	22 ſo.5$\frac{2}{7}$	Vuirten.	
Fa: 1	fl.17 gr.2$\frac{1}{2}$	nũ. Miſnen.	mo.
	1	6 ſo.16$\frac{2}{3}$	Auſtriacæ	

Singula uniuſcuiuſque monetæ debita in fractionem quandam, quam ſcilicet reſpectu rhenenſis florini conſtituant, reducito, quod quidem factu non difficile fu erit cogitanti, quanti quoque in loco florinus rhe: permutetur. Poſt hæc illarum fractionum ſummam rurſus in monetam ſui loci, id eſt eius de cuius moneta quæris reſoluito, & res erit confecta.

Coronati duo & 9 cruciati florinis ualent 3 minus 3 cruciatis, & 4 florini cum 5 cruciatis ualent 3 ungaricis minus 2 cruciatis & dimidio. florinus nunc cum 60 cruciatis permutetur, quæritur quanti Coronatus uel ungaricus æſtimatus ſit.

Facit { Coronatus 84 / Vngaricus 82$\frac{1}{2}$ } cruciatis

Tres

Tres nummuli Vuirtenbergenses quanto plus ualent cruciato in moneta.

Vuirtenbergensi } Facit $\frac{1}{5}$ } num.
Austriaca } $\frac{2}{7}$ }

Cruciati 60 uno florino ualent, uerum sigillatim expositi, iam pro $2\frac{1}{2}$, iam uero pro 3 nummulis Vuirtenbergensibus dabunt. Quæritur, si 10 florini ita cruciatim expositi fuerint, quid illic damni, hic uero lucri futurum sit.

Facit { Illic damni 1 flo. 2 so.
{ Hic lucri 0 20

Mutuo dedi alicui in Vuirtenbergensi moneta solidos 16 & obolos 9. Ille si satisfacturus mihi est moneta Bauarica, cuius 5 nummuli 4 Vuirtenbergensibus num. permutentur, quæritur quantum huius monetæ recepero.

Facit 4 so. 5 num. $\frac{5}{8}$.

Duo nummuli Vuirtenbergenses ualent 3 Norinbergensibus, & 6 Norinber: 5 Bauaricis, 7 uero bauarici 8 Austriacis, quorum deinde 3 uno ungarico commutantur. Quot ungaricos aliquis pro 91 Vuirtenbergensibus accipiet.

Facit 43 $\frac{1}{3}$ unga.num.

Vel quot Vuirtenbergenses aliquis pro 91 ungaricis dederit.

Facit 191 $\frac{1}{10}$ Vuirten,num.

Huius & consimilium exemplorum tractatio est, ut numeri illi, monetæ, ponderis uel mensuræ propositæ disponantur iuxta se in duos ordines, in quorum neutro alicuius loci seu gentis moneta, pondus uel mensura bis ponat̃. Illi deinde numeri singulorum ordinum omnes inter se multiplicentur, nũerus itaque productus ex multiplicatione numerorum ordinis in quo quæstio ponitur, diuidendum, alterius uero ordinis numerorum multiplicatio diuisorẽ repræsentabit. Quare facta iam diuisione unius producti numeri per alterum, ueniet quod postulabatur.

Hæc

Hæc ſequenti figura cernere licet.

Vuirtẽ.	2 ualẽt	3 No.	Vuir.	2 ualẽt	2 No.
Norinb:	6	5 Ba.	Norin:	6	5 Ba.
Baua.	7	8 Au.	Baua	7	8 Au.
Auſtri.	3	1 Vn.	Auſtri	3	1 Vn:

91 Vuir.unga 91

Diuiſor	Diuidẽdus	Diuidẽdus	Diuiſor
252	10920	22932	120
	8		
	29	1	
	2844	1011	
	10920	22932	

Facit 43 unga.nũ. $\frac{1}{3}$ Fa: 191 Vuir.nũ: $\frac{1}{10}$

252   120

In menſuris & ponderibus atque aliįs rebus permutandis, eodem modo procedendum eſt.

Exemplum de pondere.

Scire aliquis cupit, quantum 17 centenaria 19 libræ Viennenſis ponderis Tubingæ appendant, quandoquidẽ ſemper

90 libræ Viennenses centenario Norinbergensi,& 100 libræ norinbergenses 108 Vlmensibus, atque 105 ulmenses 100 Tubingensibus æquantur.

Facit 19 cen. 64 $\frac{4}{7}$ libras.

1 2
Vien. 90 ua. 100 No:
4 6434
12 13752
No. 100 108 Vl.exe. 1964 li: $\frac{4}{7}$.
7 7
21
Vl: 105 100 Tu.
1719 Vien.

Diuisor Diuidendus
7 13752

Si numeros duorum ordinum unum ad alterum conferendo compositos adinuicem esse uideris, priusquam diuidendum & diuisorem quæras, illos ad primos adinuicem reducere poteris. Habebis enim sic diuidendum & diuisorem minores, cum

quibus

quibus diuisio commodior & minus etiã laboriosa peragetur. Hoc autem compendio in superiori exemplo de pondere usi sumus.

Exemplum de Mensura.

Si Norinbergenses ulnæ 100 sunt Viennenses 85, Budenses uero 84 æquiualẽt Viennensibus 100. Quæritur quænam sit æqualitas ulnarum in integris & minimis, hoc est primis adinuicem numeris Norinbergæ & Budæ.
Facit Budenses 357 faciunt Norin. ul: 500.

Hoc loco uisum, adijcere quandam supputationem permutatæ monetæ Græcæ, Latinæ ac nostratis, non iniucundam, ut putabam, futuram studiosis bonarum literarum, & utilem etiam ad exemplum colligendi eas summas, & ad nostratẽ monetã redigendi quæ sæpe & passim scripta ueterum utriusque linguæ autorum legentibus occurrunt.

Ponatur ut denarius, qui habet nummos
sestertios quatuor.

Valeat { Octauã partẽ florini rhenani
Decimã aurei Gallici siue Italici
quorũ nũc ferme idẽ est preciũ.
Et Vigesimã Britannici aurei.

Item mille nummi sestertij, id est denarij 250, faciunt Sestertium.

Item centena millia nummorum sestertiorum faciunt centum sestertia.

Item, Decies, Vicies, Tricies, Quadragies faciunt, decies, uicies, 30, 40, &c. centena sestertia

Item aureus Romanus antiquus duos denarios appendit.

Præterea Drachma græca ualet denario.
Oboli sex ualent Drachma
Chalci octo ualent obolo.

Item Minæ sexaginta faciunt Talentum,
Drachmæ centum faciunt Minam.

Item

Item Stater aureus Cyzicenus ualet drachmis 28.

Stater argẽteus τετράδραχμον, id eſt, habet drachmas 4.

Emtus eſt fundus talentis 5. Quæritur quot hæc ſumma pecuniæ complectatur.

Seſtertios		Fa:	120000
Seſtertia			120
Stateras	aureos		$1071\frac{3}{7}$
	argen:		7500

Atque hæc eadem redigatur ad

aureos	Rhenanos	ueniunt	3750
	Gallicos		3000
	Britannicos,		1500

Romanos antiquos, poſito precio auri decuplo ad argentum.

Facit 1500.

Item, quod ſi duodecuplum ſit.

Facit 1250.

Item dos est decem talenta, redigatur ad Romanam enunciationem, & deinceps ad aureos gallicos.

Facit Sestertia 240

Aureos uero galli. 6000

Itē Hereditas est, Decies, sexagies, centies quot facit hæc summa.

Fa: si	Decies	Sexagies uero	quod si cētíes
Stateras Cyzicenos	$8928\frac{4}{7}$	$53571\frac{3}{7}$	$89285\frac{5}{7}$
Minas	2500	13000	25000
Talenta	$41\frac{2}{3}$	250	$412\frac{6}{7}$

Item Decies, quot.

	facit	
Minas	2500	Mí.
Stateras argēteos.	62500	St.ar
Obolos	1500000	Obo.

Item nummorum sestertertiorum septem millia

quot faciūt		
Drachmas	1750	D.
Obolos	10500	O.
Chalcos	84000	Ch.

Ratio

Ratio commutandorum mercimo niorum.

Fit non raro ut Mercatores suis mercibus ac si esset pecunia, alias merces emãt commutatione quadam harum inter se facta, atque illi, cuius est preciosius mercimoniũ, pecuniæ aliquid attribuitur. Vt qui frumentum habet, uini uero uel alterius rei, qua maxime sibi opus esset, nihil, ab illo cui huius rei quam desiderat copia est, suo frumento emit. Atque sic commutando consequitur id quod alias pecunia sibi comparandum esset.

Exempla sunt.

Aliquis emere uolens Piper, pecuniæ qua id comparari possit expers cum sit, Sale hoc cuius abundarit copia, acquirendum putat. Quæritur quantum piperis pro 7 salis modijs, quorum quilibet 1 florino 7 solidis & 18 numulis æstimatũ, consequi

consequi possit, piperis libra una si 52 cruciatis ualuerit.

Facit 15 li. $\frac{3}{4}$.

Sunt duo mercatores quorum alter uini urnas habet 48, ualet autem una urna 2 florinis 5 so. Hæc illi alteri pro pannis. 9. dare cupit, quorum singuli 12$\frac{1}{2}$ florinis æstimantur. Quæritur uter, & quantum alteri debeat.
Facit, Is qui uina habuit, cum illa minoris sint quam panni, adijciet.

13 flo. 4 so.

Duo sunt quorum alt Serici ulnas habet 13, alter uero Aromata. Ille qui sericum habet, unam ulnam, si quis præsentem pecuniam numeraret, daturus 2$\frac{1}{4}$ florinis, in cõmutatione mercium inter se pluris, uno scilicet triente florini æstimat.

Alter uero qui suorum aromatum unã libram alias 25 solidis uenderet, quo nunc par pari referat, & suas simili modo, eademq; qua alter ratione merces carius commutet, quanti libram æstimare, & quantum

quantum insuper de aromatibus illi pro serico dare debeat, quæritur.
Fa.28 so.8$\frac{4}{9}$ obo. Tãri æstimabit̃ una libra
Atq3 23 li.12 se.3$\frac{1}{5}$ drach. p̃ suo serico dabit

Aliquis habet 11 libras Croci, uendit autem unam li. numeratæ pecuniæ 4$\frac{3}{4}$ florinis, in commutatione uero æstimat 5 florinis. Est alius quidam aliquot libras rhabarbari habens, cuius semunciam 21 cruciatis uendit. Huius alteri tantum dare cupit, ut ab eo ultra crocum 15 etiam florinos accipiat. Quæritur primo, quanto, ut par pari referatur, in commutatione semuncia æstimari, quantum deinde rhabarbari pro croco & 15 florinis debeat.

Fa. { 22 cruci. $\frac{2}{19}$ Tãti æstimabit̃ una se.
{ 5 libras 30 semũ. Tot primus &c. accipiet.

Habet quidam seuum in uasis duobus quæ appendnnt, unum centenaria 4 & libras Zygostaticas 40. Alterum centenaria 3 & libras 75, centenarium autem æstimatur 2$\frac{1}{2}$ florinis. Atque in singulis uasis

uasis decedunt $17\frac{1}{2}$ libræ. Hoc ipsum seuum alteri cuidam pro lana dare cupit, poscens tamen, quintam partem precij suę mercis in numerata pecunia. Cæterum lanæ centenarium $11\frac{1}{4}$ florinis ualet. Nunc quæritur, quantum hic lanarius alteri pro seuo, & pecuniæ & lanæ debeat.

Facit { Pecuniæ 3 flo. 18 so. Vuirten.
Lanæ uero 1 cen. $38\frac{2}{3}$ libras.

Regula lucri & damni.

Negociatores quorum cura est omnia hominibus administrare quibus ipsis, uel ad uictum, uel cultum corporis opus fuerit, cum res suas in hoc impendant, atque omni insuper periculo sese submittant, nō putant iniustum merces alijs uendere carius quam ipsi acquisiuerint, ne operæ & laboris sui præmio fraudentur. Idem tamē sepenumero & damnum faciunt, id quod uarijs de caussis accidere potest. Vt igitur de utroque illis constet, lucro inquam atq; damno

damno, inuēta & introducta est hæc ratio, quam nunc deinceps expositurí, & exemplis suis explicaturi sumus, quæ regula uocatur Lucri & damni.

Huius autem exempla sunt hæc:

Emit aliquis $8\frac{1}{2}$ libras zygo: Croci, singulas 48 florinis 16 solidis Vuirtenbergensis monetæ soluens. Verum in hoc uendendo ob incuriam forte uel artis Arithmeticæ imperitiam, post uenditas 2 libras & 3 semuncias inuenit damnum florini unius solidorum deinceps $5\frac{1}{2}$. Quæritur nunc, quanto uilius quam ab eo emta fuerit, libram uendiderit.

Facit 16 solidis.

Quæritur rursus, quantum fecisset damnum si Croci libras omnes pari precio uendidisset.

Facit 4 florinorum 24 soli:

Vlnæ 36 ualent 15 florinis 9 soli. Quæritur quanti reuendi debeat una ulna, ut 8 florinorum de precio, lucrum sit florinus & semis monetæ mercatorum.

Facit 10 soli. $2\frac{5}{16}$ obo.

Vel,

Vel, quanti uenundabuntur singulæ 6 ulnæ, ut totius precij lucrum conficiat summam 8 florinorum.

Facit 3 flo. 18 so. 2 obo.

Pannus 32 ulnarum emtus $48\frac{1}{2}$ florinis, reuenditur, singulæ 3 ulnæ 5 florinis, Quæritur quantum lucri uel damni fiat.

Facit lucri 4 flo. 16. so. 8 obo.

Vel quæritur quantum damni lucriue fecerit qui impenderit in similē emtionem & uenditionem florinos 200.

Facit lucri 18 flo. 19 so. $7\frac{82}{97}$ obo.

Quidam emit antiquarum monetarum 16 libras zygo. & 2 semun. singulas libras 12 florinis. Nunc cum moneta exploratur, inueniuntur in singulis libris puri 18 semunciæ $2\frac{1}{2}$ drachmæ reuendit illas, atque libram unam nummulariam puri 7 florinis 24 obolis æstimat. Quærit̄ quantum lucri uel damni faciat in moneta cuius florinus 26 albis, albus uero 15 obolis ualet.

Facit dam. 62 flo. 19 al. $4\frac{103}{256}$.

Quidam

Quidam uenetijs emit Aromatum centenaria 9 & libras zygo: 75, singula centenaria 45, ducatis. Illa nunc cuidam ut sibi Norinbergam perferri curet, cōmittit, atque sic in uecturam & alia exponit 42 florinos & semissem cum $\frac{1}{2}$ quadrātis. Verum Norimbergæ priusquam illa uendat experitur num ponderum Norinbergæ & Venetijs sit aliqua diuersitas, atque sic in illa collatione inuenit 5 libras uenetas Norinbergæ 3 pondere de centenario insuper Norinbergensi excerni insinceras libras zygo: 15. Præterea 10 ducati 13 rhenensibus ualent. Nunc cum insinceræ mercis libram 48 nummulis sinceræ uero libram 1 $\frac{1}{2}$ florino minus 14 nummulis Norinbergensibus uendat quid inde sibi lucri uel damni accessurum sit, scire desidero.

Facit lucri 121 flo. 8 libellæ Norin. 3 num.

Quidam 12 urnas uini tribuens pro frumentis, tribus quibusque urnis uini, acquisiuit modios quinque. Postea uero frumentum illud uendens, dedit unūquenq;

modium pro 29 albis, atque sic lucrum ipsi accessit florinorum 5 & alborum $10\frac{1}{2}$ in moneta cuius florinus $27\frac{1}{2}$ albis ualebat quantum ab illo urna uini æstimabatur?

Facit 1 floríno & 9 albis.

In Emporio quopiam quidam emit Aromata, singulas libras 48 cruciatis, uerum domum reuersus uendit illa, atque semunciam quidem pro 6 nummulis athesinis dat, & post uenditas 40 li. lucri inuenit 5 florinos. Quæritur nunc utrius loci pondus, emporij ne an eius loci ubi ille moratur, & quanto etiam alterum altero maius sit.

Facit. Vbi aromata emta sunt, pondus maius est eo ubi uendita fuerunt, cum libræ emtæ 103 uenditis 106 respondeant.

In negociationibus, cum id quod 21 cruciatis emitur rursus $9\frac{1}{2}$ grossis misnensibus uenundatur, quantum lucri cedet in 32 florinos.

Facit uel
9 flo. 21 cruci. $3\frac{8}{49}$ num. Athe:
9 flo. 7 gro. $6\frac{5}{7}$ num Mis.

Mercis

Mercis cuiusdam certum pondus uel mensura uendita est 8 albis in moneta cuius 26 florinum cōstituunt, atque sic, quia 50 florinis negocium geritur, damnum fecit uenditor 5 florinorum & dimidij. Queritur quanti illud, quicquid sane fuerit, emtum sit.

Facit $8\frac{8}{9}$ albis.

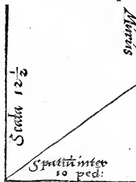
Nucum Myristicarum libram que alio qui 2 florinis uenundaretur, aliquis ita distrahit, ut duodenas quasque tribuat 5 solidis Vuirtenbergensibus. Atque ita computatis omnibus, animaduertit se fecisse damnum tale, ut florinorum 21, detrimentum esset unius florini. Quæritur quot myristicæ nuces unam libram appendant, hoc posito, quod inter se sint pōdere æquales.

Facit 128.

Quod si 21 florinis unum florinum lucratus fuisset, tunc $140\frac{4}{5}$ nuces unam, uel si quis forte integras illas requirat, 704 nuces quinque libras appenderent.

Hæc exponenda putauimus in hoc quinto tractatu, quo eas quas regulas nũc in computationibus uocant comprehendimus, in quarum tractatione superiorum tractatuum doctrina exerceretur, in quibus omnibus studium operæ nostræ uniuersis qui cognouerint probatum iri confidimus.

Sequuntur nunc exempla quædam alia extra ordinem, quæ nulla superiorum regula comprehẽdi possunt.

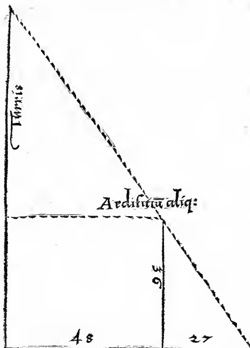


Est scala pedum 12 & dimidiati, & murus quidam terræ orthogonalis eiusdẽ altitudinis unus nunc scalam ima eius parte retro abstrahit, per spacium 10 pedum, suma uero ipsius parte muro illam applicat. Quæritur

Queritur, quanta muri fuerit portio supra acclinatam scalam extans.

Facit 5 pedum.

Huius exempli interpres est penultima primi Eucli: propositio. Nã hæc trianguli orthogonij eam, quam huius exempli consideratio requirit, uim indicat.



Contra turrim quandam positæ sunt ædes quarum est altitudo 36 pedum, spacium

cium uero intra ædes & turrim est 48 pedum. Huius turris altitudinem Geometra quidam scire desiderans cum suo Quadrante per 27 pedes ab ædibus retrocedit atque sic per Quadrantis pinnulas uno prospectu uertices ædificij & turris contuetur. Quæstio nunc est, quænam turris altitudo fuerit.

Facit 100 pedum.

Huius exempli explicatio.

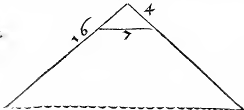
Turris & radius uisualis, atque postea spacium inter turrim & Mensorem, triangulum constituunt, cuius duo latera secantur ab ædibus, quæ ædes turri & tertio trianguli lateri æquedistant. Hoc si animaduerteris, & propositionum deinde 47 primi & secundæ sexti Eucli memineris, nulla amplius explicatione egueris.

Circinus cuius uterque pes 16 punctorum fuerit, si extendatur adeo, ut lignum uel quid tale 7 punctorum transuersim interpositum, quartum diuisionis punctum

in utroque pede a uertice suis extremitatibus contingat. Quanta infima distantia fuerit quæritur.

Facit 28 punctorum.

Habes in hoc exemplo duos triangulos, quorum unius latera sunt, superiores circini partes & lignum interpositum, alterius uero circini pedes & distantia infima. Hi trianguli quoniam ex 29 primi Eucli æqualiũ angulorum sunt, per 4 sexti, laterum proportionalium esse perhibentur. Quare quemadmodum se habet

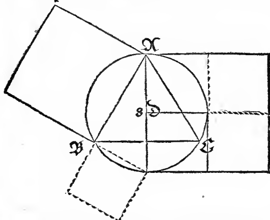


superior circini pars ad integrum pedem sic lignum interpositum ad infimam pedum distantiam. Quanta igitur hæc nunc fuerit, regula Proportionũ dabit. Est

Eſt triangulus æquilaterus, atque huic circulus circumſcriptus cuius diameter 8 punctorum. Quantum eſt ipſius trianguli latus.

Facit ra: de 48.

Huius exempli explicationem ſuppeditabit propoſitio decimi tertij Euclide 12, cuius diſpoſitio talis eſt.



Solet Arithmeticis proponi, Si manuum altera par, altera uero impar numerus condatur, quomodo dignoſci poſſit, dex-

trane an ſiniſtra manu par numerus tene‑atur.

Vt hoc igitur reſciſcere poſſint, alterius manus nominatæ tamen dextræ uel ſi‑niſtræ, numerum duplari, duplato poſt‑hac numerum alterum addi iubent. Sic enim ſumma illa ſi par fuerit numerum ad ditum parem fuiſſe neceſſe eſt. Nam ſi im par eſſet numerus ille additus, duplatum quoq; prioris, ubi a ſumma illa pari impar ſubtractus eſſet, imparem eſſe, propoſitio 25 noni Eucli. teſtatur. Quare ut par ſit numerus ille, hac propoſitione conuicit. Quod ſi ſumma hæc ueniens impar fuerit numerus etiam additus impar erit. Quod quidem ſimili ratione per 27 propoſitio‑nem eiuſdem noni Eucli. probari poteſt.

Exempli poſitio.

Numerus

Numerus sinistræ manus uel primus	*Nũerus dextræ manus uel secundus*	*Nũerus sinistræ manus uel primus*	*Nũerus dextræ manus uel secundus*
18	12	12	19
2		2	
38		24	

38	24
12	19
50	43
Hæc sum̃a quoniã par est parem q̃cp additũ esse superiora declarãt.	Hæc sum̃a impar cũ sit, nũerũ additũ parẽ esse nũero, cui hęc iã citata ꝓpositio cognita fuerit, affirmare poterit.

Hoc autem exemplum non ideo posui ut singulare aliquod, cum admodũ uulgatũ esse sciam sed ut uideres quam mirabilis sit propositionum Eucli. applicatio, atque ex hoc colligeres etiam, nullam fere

ex

ex omnibus esse, quæ non aliquid præsefe rat comōdi, aut sępe usurpari soleat. Illas autem sic rebus accomodari, est hominis industriū & multę lectionis in diuersis authoribus.

Diuidantur 54 in tres partes, quo postea, si prima in 2, secunda uero in 3, & tertia deinde pars in 4 diuisa fuerit, ut semper unus & idem numerus exeat.

Facit { 12 prima / 18 secunda / 24 tertia } pars

Diuidantur 100 in duas partes sic, ut prioris $\frac{3}{4}$ cum posterioris $\frac{2}{3}$, priorem constituant.

Facit { prior pars $72\frac{8}{11}$ / posterior uero $37\frac{3}{11}$ }

Exemplum

Exemplũ Arithmeticæ ꝑgreſsionis.

Aliquis ſolidos florinorum 26 & ſemiſſis Vuirtenbergenſis monetæ diſtribuit iuxta Arithmeticã progreſſionem in partes 28, primam autem & minimam poſuit 4 ſolidos. Quantus fuerat communis illarum exceſſus.

Facit $1\frac{2}{3}$ ſolidi.

Quælibet pars huius & omnis Arithmeticæ progreſſionis minimam partem ſemel, & exceſſum deinde toties quot partes ipſam præcedunt continet. Atque hoc tibi ad huius exempli tractationem, canonis inſtar fuerit.

Aliquis mihi debet florinos 36 & ſolidos 18. Hos autem neque mox neque etiã ad unum aliquem dictum diem perſoluere poſſit, petit ſingulis ſeptimanis, quo ſic ſenſim ſe liberet, a ſe aliquid accipi. Hoc recuſare forte inhumanum eſſet.

Accipiens ergo conditionem, iubeo prima ſeptimana tot ſolidos ſoluere ut poſthac in ſingulas ſeptimanas præcedentis ſeptimanæ datum ſi in $2\frac{1}{2}$ ſolidis augeret totum debitum ſpacio 10 menſium & 3 ſeptimanarum diſſoluat. Quæritur quot ſolidos in prima illa ſeptimana dare debeat, menſem pro 4 ſeptimanis, florinum uero 22 ſolidis & ſolidum deinceps pro 9 obolis æſtimando.

Facit $17\frac{1}{2}$ ſoli.

Exemplum Geometricæ progreſſionis.

Aliquis habens libras argenti puri numularias 12 uenditurus eſt, ſingulas libras 8 florinis minus 1 quadrante. Alius uero quiſpiam has ſoluere petens ſic, ut cuiuſlibet ſequentis ad præcedentis libræ ualorem $1\frac{1}{2}$ conſtituat proportionem, pro prima libra daturus eſt 32 cruciatos. Quæritur nunc, quanto plus minuſue pro argen-

to hoc exposuerit, quasi singulas libras 7 florinis & dodrante soluisset.

Facit plus. 44 florinis
1 9 cruciatis $\frac{42}{60}$.

Explicatio.

Argentum, si singulæ libræ 7 florinis & dodrante ueneunt, 93 florinis solui potuisset, quantum uero exponendum sit, si id proportione considerata soluatur, pro prima libra 32 cruciatis numeratis, sic exquirito. Quære primum ad continuandam proportionem, secundum & ultimum numeros hoc modo. Primus datæ proportionis seu Geometricæ progressionis numerus est notus, nimirum 32, proportio item nota est, nempe sesquialtera. Iam secundũ regulam Proportionum, si dicatur, 2 ad 3 (quandoquidem hi numeri sunt huius proportionis radices) ad quid 32, & secundus, ut uides 48, qui ad præcedentem id est primæ libræ ualorem 1 $\frac{1}{2}$ constituat proportionem, manifestabitur. In ultimi autem numeri inuentione nulla erit difficultas si cogitaueris

cogitaueris, Primo, Medij numeri proportionalis quadratum esse tantum quantus sit productus numerus ex duorum numerorum æqualiter a medio distantium unius cum altero multiplicatione. Deinde quatuor numerorum proportionalium existentium productos ex multiplicatione primi cum quarto, & secundi deinde cum tertio inter se æquales esse. Nam 48 ut medium proportionale inter primum & tertium numeros, si quadraueris, hunc deinde quadratum per alterum extremorũ uel æqualiter circumstantium diuiseris quantus tertius numerus fuerit, exiens indicabit. Huius nunc tertij numeri, qui supradicto modo repertus est 72, quadratũ 5184 si diuiseris per secundum 48 in exeunte quartum, si uero qer primum 32 in exeunte quintum numerũ habebis. Nunc si imagineris duos numerorum ordines, unum quidem cuius numeri sit primus, secundus, tertius, quartus, Alterum uero habentem numeros quintum, sextum, septimum, octauum, cum uterque similes atq; easdem proportiones concludant erit per-

æquam

æquam proportionalitatem, extremorum proportio una atque eadem. Sed quoniam octauus est ignotus, uerum ille, ut 19 septimi Eucli. testatur, cum primo quatuor proportionalium multiplicatus eũ quem tertius cum secundo producet numerum. Multiplicato itaque tertio cum secundo, & diuiso deinde producto per primum, exibunt $546\frac{3}{4}$, numerorum proportionalium quartus, octauus scilicet in hac continua proportione. Non aliter quæres etiam duodecim & ultimum huius progressionis numerum ponendo duorum ordinum numeros esse, Prioris quidem primum, secundum, tertium, quartum & quintum. Posterioris uero octauum nonum decimum undecimũ & duodecimũ & inuenies $2767\frac{59}{65}$. Atque tantus est

Prima libra 3 2 cruciatis.

2 48 11

26 136 296

2304 5184 5184

3 72 Ve· 72. ter. 108 q̄r: 162 qn

4 108 32 48 32

5 162 32 108 162

Primus 32 162 quin. 23

6 secun. 48 sex 2187

ter. 72 sep: 546

7 quartus 108 octa.

8 $546\frac{3}{4}$ 32 162 $546\frac{3}{4}$

9 Primus 32 $546\frac{3}{4}$ octa: 455

secun. 48 no: 4778

10 tertius 72 de: 59309

quar: 108 un: 177147

11 Quintus 162 duode: 2767

12 $2767\frac{59}{64}$ 64

numerus duodecimus uel ultimus huius geometricæ progressinois numerus. His numeris nunc primo, secundo & ultimo, cognitis ut omnium huius geometricæ progressionis numerorum summam colligas, operare quemadmodum in quinto capite secundi tractatus dictum est, & inuenies

uenies illam esse cruciatorum 8 2 3 9 $\frac{49}{64}$ qui florinos faciunt 137 & cruciatos 49 $\frac{49}{64}$ Hæc uero summa quoniam prioris contractus solutionem excedit patet eum argentum ipsum sic carius soluere quam si singulas libras 7 florinis & dodrantem soluisset, & in tanto quidem carius, quanto hæc illam excedit.

Exemplum harmonicæ pgressiõis.

Tres inter se diuiserunt summam aliquam pecuniæ ex qua primo cesserũt 3 3$\frac{3}{4}$, secundo aliquot, tertio deinde 11$\frac{1}{4}$ florini. Et quia in qua proportione primi pecunia se habebat ad pecuniam tertij, in simili etiam proportione fuerat numerus quo primus secundum ad numerum quo secundus tertium superabat. Quæritur primo quot secundus acceperit, deinde etiam quanta tota summa fuerit.
Facit, Secũdus accepit 16 flo.3$\frac{1}{2}$ quadrãtis Fuerat autem tota summa 61 flo $\frac{7}{8}$.

Cum ex definitione Harmonicæ mediatatis, extremorum atq; differentiarum respectu medij, sit una proportio, sequitur per coniunctam proportionalitatem ut collectus etiam extremorum sit ad alterũ horum, sic collectus differentiarũ ad alterã Sed quoniam numerus collectus ex differentijs, subtracto minore extremo de maiori, notus est regula Proportionum, & altera illarum quanta fuerit manifestabit.

Sequitur figura.

$33\frac{3}{4}$ ad $11\frac{1}{4}$ ut ad
ad ad
45 $22\frac{1}{2}$

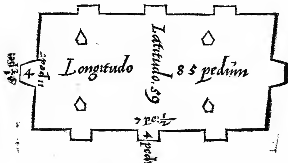
Operare, & inuenies minorem differẽtiam esse $5\frac{5}{8}$, quare maior $16\frac{7}{8}$, medius deinde numerus $16\frac{7}{8}$ fuerit. Atque tot florinos acceperat secundus. Quibus quid primus & tertius acceperint addito tota huius diuisionis summa apparebit.

Pallatium

Pallatium quoddam est ad formam trapezij cuius ad angulos rectos lõgitudo est 85 pedes, latitudo 59, quod uero ultra rectum angulum porrigitur ex utraq; parte, in una est $6\frac{1}{2}$, & altera $4\frac{1}{2}$ pedum. Hoc igitur pallatium sterni debet lapidibus, & quadratis quidem, quorum singulorum quodque latus unius pedis & bessis sit. Habet autem hoc pallatium in utraq; parte longitudinis spacia tria in plano proiecta, qua ad fenestras accedatur, horum singulorum longitudo quidem est pedum 4 id est lapidum duorum & $\frac{2}{5}$, latitudo autem pedum 7 semis, id est lapidum 4 & $\frac{1}{2}$. Præterea duos ingressus, in utraque parte unum, quorum uterque continet secundũ latitudinem intra murum uel parietem 11 pedes, extra uero 5 tantum & semissem, secundum longitudinem autem 4 lapides. Est etiam palatium hoc fultum quatuor columnis pentagonis, quarum unumquodq; basis latus 3 lapides & $\frac{1}{5}$ comprehendijt, atque sic propter illas, aliquot lapidibus minus in sternendo utitur Artifex. Quæ-

ritur nunc, quot huiusmodi lapides ad tale pauimentum sternendum requirantur.

Facit.

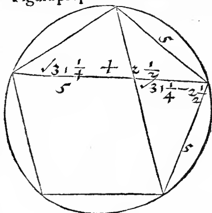


Cum hoc exemplum explicatu admodum facile sit Geometræ, qui saltē in areis superficierum inuestigandis utcunque aliquid nouerit, quicquam addere noluimus præterquam propositionem ex tredecimo Euclidis octauam. Illa enim usi sumus in inuestigandis areis superficiei uel basis pentagoni quam illæ columnæ habent Huius autem sensus est.

Si

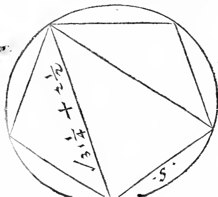
Si in quiquãgulo æquilatero & æquĩ angulo duo quiq; proximi anguli a rectis lineis ſubtendantur ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema hæ duæ ſubtenſæ ſe= cabunt ſe mutuo. Et maiores por tiones ſunt ipſius pentagoni lateri æquales.

Figura propoſitionis huiuſmodi eſt.



Cum Euclides in hac ipsa propositio-ne dicat, Latus pentagoni æquilateri & æquianguli maiorem portionem esse sub-tensæ eiusdem pentagoni angulo, secundũ proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ. Habita iam maiore por-tione, nempe pentagoni latere, quæsita de inde per 10 secundi Eucli: quantitate sub-tensæ, id quod facile erit, cum maior eius portio nota sit per uarias rationes, quæ ta-men omnes sibiipsis respondeant, penta-goni area quæri potest.

Huius autem figura talis est.



Domũ, quandam uenum propositam quatuor conuenientes mercantur, Soluit autem primus tertiam partem, secundus quartam, tertius quintam, reliquum uero summæ qua domus emta est, quartus numerare debet, a quo quidem cum pro ipsius parte numerandi sint florini 91, quæritur hæc domus quanti emta sit.

Facit.

Explicatio.

Partes singulæ quas quisque dederat, 91 insuper florini quos quartũ soluere oportet, quantum in uniuersum pro hac domo expositum sit, indicant. Sed quoniam illud precium incertum est, huius loco ponatur aliquid, Vnum scilicet, summam tan quam quæ exposita est significans. Habes sic duas quantitates quarum una est, $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ & præterea 9 1 florini, altera uero unitas posita, quæ sunt inter se mutuo equales utraque enim quantitas unam atque eandem totius expensi summam indicat. Sub

tracta igitur ex ambabus quanti: $\frac{1}{3}$, ex priore quidem per deletionem, ex posteriore uero, quemadmodum in fractiōibus operari oportet, & manent, hic quidem $\frac{2}{3}$, illic uero $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ & 91 flo: similiter inter se mutuo æquales ex illa com: animi conceptione Si ab æqualibus æqualia &c. Ab his nunc simili modo $\frac{1}{4}$, & a residuis deinde $\frac{1}{5}$ si subtraxeris manebunt ultimo $\frac{13}{60}$ æquales 91 flo: Nam hanc partem reliquam & a tribus primis non solutam, quartus hac sua collata pecunia dissoluit. Per regulam igitur Propor: si dixeris $\frac{13}{60}$ dant 91 flori: quantum unum, quanti hæc domus emta sit facile explorabis. Quo noto, quid quisque etiam sigillatim soluerit, absq; labore partis uel fractionis cuiusque resolutio manifestabit.

Sequitur

Seuquitur positio.

Totius precij partes flo:	Summæ
$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ & 91 æquales	1
$\frac{1}{3}$ hic & illic subtracta, flo:	Summæ
ma: $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ & 91 æquales	$\frac{2}{3}$

Iam uero $\frac{1}{4}$, ma: flo:	Vltimo $\frac{1}{5}$, & ma: flo:
$\frac{1}{5}$ & 91 æqua: $\frac{5}{12}$	91 æquales $\frac{13}{60}$ totius

summæ, quare tota ipsa, per regulam Proportionum si dixeris

par:	flori:	Totum:
$\frac{13}{60}$ dant	$\frac{91}{1}$, quid	1

erit 420 flori: Atque hæc est totius præcij summa.

Et quamquam hoc idem exemplum faciliori uia solui potuisset, placuit tamen illa hoc in loco uti cum & ipsa non sine ratione posita sit.

Est tectum quoddam cuius unum latus a fastigio descendendo 120 pedes habet alterũ uero 96, spaciũ autẽ intra hæc siue basis

ue bâſis duorum laterum 144 pe:& quinquncem. Nunc ſi a baſi trabs quædam in ipſum faſtigium, qua forte tectum hoc fulciatur, ad normam erigenda eſſet, a quoto diuiſionis puncto in baſi hoc fieri debeat, quotque pedes & pollices utrique baſis portioni tribui, quanta inſuper trabs illa eſſe deberet quæritur.

Facit, A ſecundo pollice ultra 90 pedem a longiore latere, uerſus breuius numerando trabs illa erigenda eſt.

Eritq; lõgior portio } pedũ 90 & pol: $\frac{3\,0\,3\,2}{3\,4\,6\,6}$
breuior uero } pedũ 54 & pol: $3\frac{7\,4\,2}{6\,3\,4\,6}$

Trabis autem longitudo, ut penul: primi Eucli: indicat ſecundum etiam rationẽ de irrationalibus ſupra in 6 capite primi tractatus traditam erunt 79 pedes 4 pol: $\frac{2\,4}{5\,3}$ fere, Nam ſumtum eſt rationale pro irrationali quod quidem, cum Mechanicis loquimur, qui non adeo exacte radices querant, abſq; errore fieri poteſt. Sic & in reliquis fecimus.

Quæ

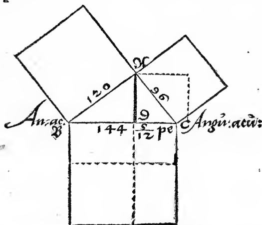
Quæ ad huius exempli explicationem necessaria fuerint, ea copiose propositio 13 secundi elementorum Euclidis administrabit, quare eam ut quisque legat atque etiam intelligere discat suadeo, nulla enim doctrina alia melior esse poterit.

Est autē huius propositionis sensus talis.

In oxygonijs triangulis quadratū lateris angulo acuto subtensi tanto minus est duobus reliquorum laterum quadratis, quantum est duplum eius quod continetur sub latere illo de q̄ intus ad angulū sibi oppositū perpendicularis educta est, & illa per orthogonalem secti lateris portione, quæ perpendiculari & angulo acuto interiacet.

Hæc propositio licet oxygonij tantū trianguli mentionem faciat, de cuius cunque tamen generis triangulo intelligi potest,

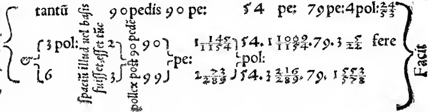
test, cum non possit dari trian: quin acutos habeat angulos, & quin ab eius angulorum uno perpendicularis intus ad latus sibi oppositum demittatur. Quod quidē hoc posito exemplo de Amblygonio triū item inæqualium laterum triangulo, clare patet.



Latus angulo acu subtēsū est nēpe tecti latera ac ab

lam

Iam trabe qua tectum hoc fulciri debet, lineam b c trianguli basim uel interceptum intra latera tecti spacium, secante, pro perpendiculari inter triangulum candente sumta cōstant omnes citatę propositionis hypotheses. Quod obiter indicare uolui.



			Locus in basi trabis a lōgiori uersus breuius latus nūerādo, finis.	maior basis portio	Minor uero	Trabis deinde longitudo.
Quod si 144 pedum	tantū	spaciū illud uel basis fuisset, esset tūc	90 pedis	90 pe:	54 pe:	79 pe: 4 pol: $\frac{24}{53}$
&	3 pol: 2	pollex post 90 pedē	90	pe: 1 $\frac{145}{1154}$	54. 1 $\frac{1009}{1154}$ pol:	79. 3 $\frac{5}{22}$ fere
	6 3		99	pe: 2 $\frac{73}{289}$	54. 3 $\frac{216}{289}$ pol:	79. 1 $\frac{553}{578}$

Facit

Hæc

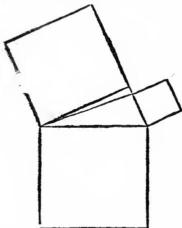
Hæc exempla adiecimus, ut habeant ſtudioſi plura, quibus ſeſe exercentes, habitũ ſic quendam acquirant.

Et quia huius 13 ſecundi Eucli: propoſitionis, de Oxygonio, penulti: item primi de Orthogonio, atque deinde 12 eiuſdem ſecundi Eucli: de Amblygonio triangulo plurimus apud Aſtronomos cum de triangulis diſputant, uſus eſt, licet duodecię nulla hic facta ſit mentio, tamen ne ſtudioſi illius indicatione fraudarentur, ſine qua neque priores duæ, neque ſine quibus hæc perfectum uſum habere poſſet, eam hic ſubiungere uiſum eſt.

Propoſito 12 ſecundi Eucli: de Amblygonio trian:

In amblygonijs triangulis, quod ab obtuſum angulum ſubtendente latere quadratum deſcribitur, maius eſt ijs quæ ab obtuſum angulum includentibus lateribus deſcribuntur quadratis, duplo rectanguli quod quidem continetur ſub uno eorum

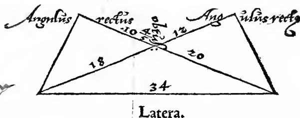
rum quæ circa obtusum angulum sunt, & ea linea quæ, cum latus id protenditur per pendicularem ab angulo trianguli extra sumto deductam, excipit.



Huius propositionis demonstratio initium sumit ex 4 secundi, sumto deinde per pendicularis quadrato quod ex communi utrique addatur, iuxta illud, Si æqualibus æqualia addantur & aggregata erũt æqualia. Post per penul: primi bis repetitã, æqualibus

libus pro æqualibus ſumtis, apparet quanto quadratum lateris quod obtuſo angulo ſubtenditur, duobus quadratis laterum circa obtuſum angulum maius fuerit. Quod quidem in hac propoſitione demonſtrare propoſitum erat:

Sequitur idem exemplum aliter declaratum per uumeros.



Latera.

Subtēdens an: ob. Includētia obtuſū an:

34		20	10
1156	quadra:	400	324
724		Summa	
ma: 432 duplū rectanguli 724			

quod fit, multiplicato quouis latere circa obtuſum

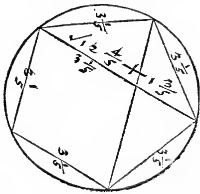
obtuſum angulũ cum illa ſua parte extra triangulum ducta. Quod cum ita ſit erit eius medietas, nimirum 2 1 6, huiuſmodi rectangulo æqualis. Quare diuiſione illius per alterutrum latus circa obtuſum angulum facta: quanta linea uel pars extra triangulum ducta fuerit, apparebit.

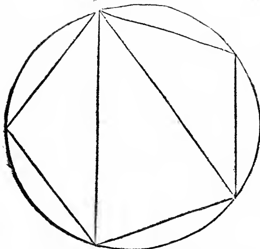
Diuiſio		Duiſio	
2 1 6 / 1 0 $\frac{4}{5}$ / 2 0	pars extra triangulum lateris	1 3 / 2 1 6 / 1 2 / 1 8	pars extra triãgulũ lateris 1 8

Quæ ſunt reliqua, poſtquam illas duas lineas inueneris, multiplicatione inuentu facilia ſunt.

Diligentiã ait Cicero, uirtutes omnes complecti, sed in primis hac doctrina sapientię tota continet. Cum autem nobis tractatio exempli de pallatio propter multas causas admodum arrisisset, in eodem diligentius etiam uersandum duximus, Atque ita studimus illud explicare, ut præter nostram solutionem nulla alia peti merito deberet. Nam eum numerum exposuimus qui & rationalis esset, & conspectus statim lapidum, qui ad sternendum palatium requirerẽtur, summã indicaret. Atq; omnis in hoc est uitata irrationalitas, sic tamẽ ut errorẽ, si quis est, uno atque altero lapide uel addendo uel auferendo, emendare aliquis possit. potuissem & per regulas Algebrę rem exequi, sed hæc ratio linerarum rectarum in circulo mihi commodior in presẽtia uisa fuit, prẽsertim illis regulis nondum doctrina nostra declaratis. Sequuntur autem figuræ & tota exempli tractatio ac solutio, hoc modo.

3: 4 pol:
vel 3 1/5 la:
108
72
70
32
97 · 5
4 par: 8
Diameter
120





Solutio exempli de Palatio.

Palatium hoc ut sternatur quãtum ad angulos rectos, requirit lapides. $1805\frac{2}{5}$.

Quod uero extra est

In una parte	requirit.	$69\frac{3}{100}$
In altera uero		$47\frac{79}{100}$
Fenestræ sex requirunt		$64\frac{4}{5}$
Duo ingressus deinde		$39\frac{3}{5}$
Summma itaque omnium lapidum est.		$2026\frac{31}{50}$

Et

Et tot huiusmodi lapides requireret propositi palatij stratio. Sed quia ꝓpter fulturã quatuor columnarũ, aliquid de pauimento intercipitur, quot lapides igitur hoc requirit a præscripta lapidum summa subtrahendi sunt, & manebit uera exempli solutio quæ est 1956 lapides & $\frac{11}{50}$.

Nam unius pentagonæ area est 17 lapides & $\frac{3}{5}$, propter 4 colũnas quater sumta, ueniũt 70$\frac{2}{5}$. A superiori sũma 2026$\frac{31}{50}$ subtracta sic 2026$\frac{31}{50}$

70$\frac{2}{5}$

manent 1956$\frac{11}{50}$, exem: solutio uel lapidum minus.

Errata.

B.Columna1. linea 4. ꝑ milenatrios lege milenarios,reputant lege repreſentant B. Bcol:2.lin: 4 & ſeptingenta nouem & ſeptuaginta, leg: ſeptingenta & ſeptuaginta nouem.B.2.Col:2 lin:21.inter lege item B 3.col.1. linea 3. nominent le: nominantur B.6.Col.2.lin:15,3. lege eſt.B. 7. col: 2 linea17.iuſtius.le: inſcius,li:20,026.le:076 C.col:1.lin 12,286 le:289.C3.col:1.linea 8. ad le:ac,col.2.lin.12.numerum le.numerorum.C5.col:1. linea 5. numerum lege numerorum.linea 20,45 lege 56,D. 2.col:2. lin.16.habetur.le:habet. D.7. col:1.lin:18, 94 le:97.col.2.lin.22.1.9 le:1. 6. E.5.col: 1 linea 12.proportionis le: propoſitionis F. col:1.lin 5.prius le:poſt.F.4.col:1. lin: 2 & 3 ſic legito 269 F.5 col:1.lin.5,23497

13937.

le:23233 F.6.col:2 li:17.Arithmetica alia deinceps. le. Arithmetica alia Geometrica alia deinceps. F.8. col 2 lin 5, 72076 le. 79284.G.2.col:1,879.le:878.G4. col. 1, $\frac{0}{15}$ le. $\frac{9}{15}$.

H.1.col.2 { octa. / nonas } le. ſupſeptipar { octa / nonas }.

H 5.col.2. lin. 9. maiorem numerum. le. maiorem per 3. minorem numerum. I. col 1. particlaris, Vt 1$\frac{2}{3}$ leg. ut 1 $\frac{2}{3}$ col. 2 lin. 9, 128 le.12.8. I.5.col. 2.lin.13.ut si le.ad consequentem ut si.K.2.col.1.da.da.da.le.ad ad ad.K 4. col. 1. lib. 1. denominatio lege. demonstratio.L 1.col.1.li.11.6568 le. 6560. L.2.col.1.16051 le.161051.M. 2. col. 1. proportio tertia.le.propositio tertia.O.7.col. 2,$\frac{54}{125}$ leg.$\frac{64}{125}$ O.8.col.2, $\frac{16}{243}$, $\frac{8}{81}$ le. $\frac{16}{243}$ ab $\frac{9}{81}$.P.col.1.$\frac{158}{6655}$ le.$\frac{168}{6655}$ P.2.col. 1. lin 18,$\frac{7}{8}$ leg.$\frac{8}{9}$ P 5.col.1,$\frac{52}{125}$ le.$\frac{62}{125}$.P 6. col.2. lin.11,67.le.57.Q.col.2,2$\frac{2}{3}$6 le.2 $\frac{3}{3}$ 6.Q.4 col. 1. multiplicat custodire le. multiplicat appellationem custodire R. col.1, 116 le. 416,35 mi.le.36 mi,R 4.col.1,li.22,per 38. leg.per 18 S.6.col,1, $^{1}{}_{9}$ leg. $^{2}{}_{9}$. T. col. 2, $\begin{smallmatrix}14\\58\\132\end{smallmatrix}$ le. $\begin{smallmatrix}14\\58\\132\\3\end{smallmatrix}$ urnas T.3.col.1.li.12,16$\frac{1}{2}$ le.19$\frac{1}{2}$ Y.col.2,$\frac{6}{7}$,le.$\frac{5}{7}$,$\frac{9}{7}$ lege $\frac{6}{7}$ Y 2.col.2$\frac{3}{22}$ le $\frac{7}{22}$. Y.5.col.1,$\frac{2}{6}$ le $\frac{2}{5}$.Y.7.col.2,7.9.le.7. per 9. b.2.col.1.lin.8,36.0.leg.36. 9, lin.9, 2101. 20.le.210.120,lin,10,160 le.165,lin.13,41 le. 14,lini 14,51,le.15,lini 16,105 le.120.b.3. col 1.lin.4,61 leg.81,6581 leg. 6561.b. 7. col 1. lin.10,9238,le.3298.c.4 col.1.lin.nona de-

est.1358346240.c.5.col.1. lin. 14, 36 le. 35 d.col.1.lin 19, 987.le.990, d.6, col.2 lin.21, 262 le.562 d.8.col.1.lin. 14, 18 le. 24. e 4. col.2.lin.10, $\frac{8}{775}$ le. $\frac{8}{857}$ e.7.col. 1, 1248 le. 3248, 130 le.730.g.6.col.1, 18 le. 19, parem esse le. imparem esse col. 2, 37 $\frac{3}{11}$ le, 27 $\frac{3}{11}$. h.6, col.2. $\frac{742}{6346}$ le. $\frac{427}{3466}$.

Arithmetica problemata ex Græcis epigrammatis.

Pallada me cernis gnaua fusam arte. Sed aurum
Contulit Aonij pars studiosa chori.
Dimidiũ illiusce charisius, atq; ita partem
Octauã Thespis, tũ decimã inde Solõ.
Hãc tribuit duplam Themison, Pondusq; nouenum,
Atq; operę labor ẽ munus Aristodici.

$\frac{1}{2}$ 20
$\frac{1}{8}$ 5
$\frac{1}{10}$ 4 additis 9 facit 40.
$\frac{1}{20}$ 3.

Augeę Armenta.

Augeā Alcide quondā rogat inclita ꝑles
Copia quanta boū sit. cui rex talia reddit.
Dimidiū Alphei iuxta errat flumina. Sed pars
Octaua ad tumulū Saturni pascitur. Et bis
Sena Taraxippi ꝑcul hic sub fine uagať.
Bis decimam Elis habet partem. Terdena relicta est
Arcadia in ueteri. Nūc hospes cætera corā
Quinquaginta armenta uides his omnia campis.

$\frac{1}{2}$	120	additis	50.	facit	240
$\frac{1}{8}$	30				
$\frac{1}{12}$	20				
$\frac{1}{20}$	12				
$\frac{1}{30}$	8				

De statuis zethi Amphionis, & Antiopes.

Nos ambo uiginti minas appendimus.
Zethus meusq; frater, at si tertiam
Sumas mei partē, quartamq; Amphionis
Pro matre partes iam repertas pone sex.

Zethus	$\frac{1}{3}$ 4.	flo. 12
Amphion	$\frac{1}{4}$ 2.	8
Mater	6	

Leonis

Leonis tubi.

Aſpice cum bino cannarum ex ęre Leonē
Lumine, cũ rictu, & dexteriore pede.
Atq; oculus dexter cõplet cratera diebus
Binis, pes quatuor, leuus at ille tribus.
Sex horis poſſit rictus cõplere, ſimul dic
Ambo oculi & rictus cũ pede qui[illegible]
ciant?
facit. horis. 3 . $\frac{33}{37}$.

Lipsiæ ex Officina Michaëlis
Blum, a restituta salute.
Anno M. D. XLV.
Idib: Maij.

